

# **REORIENTAÇÃO CURRICULAR**

**MATEMÁTICA**

**Ensino Médio - Volume IV**

**Materiais Didáticos**

# REORIENTAÇÃO CURRICULAR - EQUIPE UFRJ

---

## Direção Geral

Prof<sup>a</sup>. Angela Rocha

Doutora em Matemática – Instituto de Matemática da UFRJ

## Coordenação Geral

Prof<sup>a</sup>. Maria Cristina Rigoni Costa

Doutora em Língua Portuguesa – Faculdade de Letras da UFRJ

## Coordenação de Matemática

Elizabeth Belfort

Instituto de Matemática da UFRJ. Mestre em Matemática - UFRJ; PhD em Educação Matemática - Universidade de Londres; Licenciada em Matemática - UFRJ

## Professores Orientadores

Ana Lúcia Gravato Bordeaux Rego, SEE e Projeto Fundão

Mestre em Educação Matemática - USU, Licenciada em Matemática

Cláudia Segadas Vianna, Instituto de Matemática da UFRJ e Projeto Fundão

Mestre em Ensino da Matemática - UNESP- Rio Claro, PhD em Educação Matemática - Universidade de Londres.

Denise Fellipe da Rocha, SME/ RJ, Colégio Brigadeiro Newton Braga e Projeto Fundão

Especialização para Professores de Matemática - UFRJ, Licenciada em Matemática

Elizabeth Ogliari, SEE e Projeto Fundão

Especialização em Treinamento e Desenvolvimento de Recursos Humanos, Mestranda em Ensino de Matemática - UFRJ, Licenciada em Matemática - UFRJ.

Elizabeth Pastor Garnier, SEE, Fundação Técnico Educacional Souza Marques (FTESM) e P. Fundão

Mestre em Ciências Pedagógicas - ISEP, Especialização em Aprendizagem em Matemática - UERJ, Licenciada em Matemática e em Física

Fernando Celso Villar Marinho, Colégio de Aplicação da UFRJ

Mestre em Matemática - UFRJ, Licenciado em Matemática - UFRJ.

Francisco Mattos, Colégio de Aplicação da UERJ

Mestre em Matemática Aplicada - UFRJ e Doutorando em Sistemas - COPPE-UFRJ.

Gilda Maria Quitete Portela, SME/RJ e Projeto Fundão

Licenciada em Física - UFRJ.

Jacqueline Bernardo Pereira Oliveira, Centro Universitário de Barra Mansa (UBM) e Projeto Fundão

Mestre em Matemática - UFRJ, Licenciada em Matemática - UFF.

João Paulo Gioseffi Vassallo, SEE, Fundação Educacional de Volta Redonda e Projeto Fundão

Especialista em Educação Matemática- UBM, Licenciado em Matemática.

Lilian Nasser, CETIQT/SENAI, Instituto de Matemática da UFRJ e Projeto Fundão

Mestre em Matemática - UFRJ; PhD em Educação Matemática - Universidade de Londres. Licenciada e Bacharel em Matemática.

Lúcia Arruda de Albuquerque Tinoco, Instituto de Matemática da UFRJ e Projeto Fundão.

Mestre em Matemática - UFRJ. Licenciada e Bacharel em Matemática.

Luiz Carlos Guimarães, Instituto de Matemática da UFRJ

PhD em Matemática - Universidade de Southampton, Bacharel em Matemática.

Luiz Otávio Teixeira Mendes Langlois, Instituto de Matemática da UFRJ

Mestre em Estatística - UFRJ, Engenharia - UFRJ.

Maria Concetta Centola, SEE (C.E. Infante Dom Henrique) e Colégio São Vicente de Paulo

Especialista em Educação Matemática - PUC - Rio, Licenciada em Matemática.

Maria Palmira da Costa Silva, SME/RJ, C.E. Taciél Cylleno e Projeto Fundão

Licenciada e Bacharel em Matemática - UFRJ; Especializações: Matemática - UFRJ e em Informática Aplicada à Educação - UERJ.

Rita Maria Cardoso Meirelles, Colégio de Aplicação da UFRJ

Licenciada em Matemática - UFRJ.

Ulicio Pinto Júnior, SEE (C.E. José Martins da Costa), SME/RJ e Colégio São Vicente de Paulo

Especialista em Ensino de Matemática - UFRJ, Mestrando em Ensino de Matemática - UFRJ. Licenciado em Matemática.

Victor Giraldo, Instituto de Matemática da UFRJ

Mestre em Matemática Aplicada - UFRJ, PhD em Sistemas - COPPE - UFRJ. Bacharel em Matemática.

Wanda Medeiros Pacheco Ferreira, CEFET - RJ, CECIERJ

Especialista em Educação Matemática- USU - GEPEM, Licenciada em Matemática.

Wandira Maria C. Moreira, SEE (C.E. Antônio Prado Júnior); CECIERJ.

Especialista em Educação Matemática- USU - GEPEM, Licenciada em Matemática.

## Professores Autores

Abel Adonato da Fonseca	CIEP 286 - Murilo Portugal, Barra do Pirai
Adriana Maria Rabha Lima	C.E. Conde Pereira Carneiro, Angra dos Reis
Adriana Ramos da Cunha	CIEP 355 - Roquete Pinto, Queimados
Adriane R. Almeida	C.E. Rio Grande do Sul, Volta Redonda
Ailton José Maria	C.E. Antônio Dias Lima, Angra dos Reis
Alessandra Serrado Neves	C.E. Canadá, Nova Friburgo
Alexandre Carvalho da Hora	E.E.E.S. Roberto Burle-Marx, Rio de Janeiro
Almir José da Silva	C.E. Iracema Leite Nader, Barra Mansa
Ana Alice Maciel	C.E. Desembargador José Augusto C. da Rocha Júnior, Rio Bonito
Ana Patrícia de Paula Matos	CIEP 295 - Prof. <sup>a</sup> Glória Roussin Guedes Pinto, Volta Redonda e C.E. Olavo Bilac, Resende
Andréa Cristina Costa de Freitas	CIEP 388 - Lasar Segall, Belford Roxo
Antonio Lopes de Oliveira Filho	C.E. Prof. Aurélio Duarte, Carmo
Arcilene Aguiar dos Santos	C.E. 20 de Julho, Arraial do Cabo
Arithana Cardoso Ribeiro de Assis	C.E. 20 de Julho e CIEP 147 - Cetílio Barros Pessoa, Arraial do Cabo
Aquiles Afonso da Silveira	C.E. Célio Barbosa Anchite, Pinheiral
Aurea Regina dos Santos	CIEP 117 - Carlos Drumond de Andrade, Nova Iguaçu
Bianca Cardoso Soares	C.E. Elisiário Matta, Maricá
Carlos Cezar do Nascimento	E.E. Francisco José do Nascimento
Carmem Valéria de Souza S. Dutra	C.E. 20 de Julho, Arraial do Cabo
César Augusto Gomes de Morais Coutinho	CIEP 089 - Graciliano Ramos
Cláudio Antonio Portilho	C.E. Prof. Aurélio Duarte, Carmo
Cláudio Henrique da Costa Pereira	CIEP 258 - Astrogildo Pereira, Saquarema
Dalva Helena Rangel Lima	C.E. Elvídio Costa
Deyse Cristina de Moura	CIEP 344 - Adoniran Barbosa, Queimados
Dilma Seixas Menezes	C.E. Barão de Macaúbas
Dorcas da Rocha Oliveira	C.E. Guanabara, Volta Redonda
Durlan Andrade Gonçalves	C.E. Barão do Rio Branco, Rio Bonito
Edilaine Aguiar Lemos	C.E. Etelvina Alves da Silva, Itaperuna
Eliana Barbosa de Freitas Soraggi	C.E. José de Lannes Dantas Brandão
Eliane Cristina da Cunha Oliveira	C.E. Prof. Antônio Maria Teixeira Filho, Rio de Janeiro
Elizabeth de Oliveira Torres Lima	C.E. Desembargador José Augusto C. da Rocha Júnior, Rio Bonito
Ernani Iodalgiro da Costa Lima	C.E. Lia Márcia Gonçalves Panaro, Duque de Caxias
Fatima Cristina Ayrola de Carvalho	C.E. Prof. <sup>a</sup> Zélia dos Santos Côrtes, Nova Friburgo

Flávia Lima de Souza	C.E. Barão do Rio Bonito, Barra do Piraí e CIEP 298 - Manoel Duarte, Rio das Flôres
Gerusa Elena Fort Pinheiro	C.E. Barão do Rio Bonito, Barra do Piraí e C.E. Theodorico Fonseca, Valença
Geny de Paula Pinheiro	E.E. Prof. <sup>a</sup> Norma Toop Uruguay
Helena Espínola de Guzzi Zaú	C.E. Cel. Antônio Peçanha e C.E. Prof. Kopke, Três Rios
Irineu Vieira do Nascimento	E.E. Hilton Gama
Janilce Guimarães da Silva Alvarenga	CIEP 117 - Carlos Drumond de Andrade, Nova Iguaçu
Jefferson Santoro	Instituto de Educação Rangel Pestana, Nova Iguaçu
Jocilene Aparecida Machareth Reguine	C.E. Prof. Aurélio Duarte, Carmo
Joelson Conceição da Silva	C.E. Januário de Toledo Pizza, São Sebastião do Alto
Jorge Claudio Ribeiro Martins	C.E. Presidente Castelo Branco, Mesquita
Juberte Andrade	C.E. Santos Dumont, Volta Redonda
Kenia Costa Gregório	C.E. Lions Clube - Itaperuna
Jorge José da Silveira	C.E. Sem Francisco Gallotti, Rio de Janeiro
Katiuscia Rangel de Paula	CIEP 495 - Guignard, Angra dos Reis
Leandro Mendonça do Nascimento	CIEP 320 - Ercília Antônia da Silva, Duque de Caxias
Leila Pires Muniz	C.E. Barão do Rio Branco, Rio Bonito
Leir Pires Muniz	C.E. Barão do Rio Branco, Rio Bonito
Lenilson Duarte	C.E. Prof. José Medeiros de Camargo, Resende
Lúcia Helena Ferreira da Silva	C.E. Prof. Aragão Gomes, Mendes
Lucimar Neves	C.E. Prof. Aragão Gomes, Mendes
Luzia de Cássia Espindola Machado	C.E. Presidente Roosevelt, Volta Redonda
Luzia Ribeiro da Silva Longobuco	CIEP 099 - Dr. Boulevard Gomes de Assumpção, Nova Iguaçu
Luzilaine Aguiar Lemos	CIEP 467 Henriett Amado, Itaperuna, RJ
Maelí Vieira Rosa de Souza	C.E. Capitão Oswaldo Ornellas, São Gonçalo
Magali Alves Martins	CES - Casa do Marinheiro, Rio de Janeiro
Magda de Oliveira Bittencourt Azeredo	C.E. José Carlos Boaretto, Macuco
Magna Almeida de Souza	C.E. Rio Grande do Norte, Volta Redonda
Márcia Cristina Garin Borges	E.E. Prof. Alfredo Balthazar da Silveira
Márcio da Silva de Lima	CIEP 418 - Antônio Carlos Bernardes - Mussum
Maria Conceição Barroso	C.E. Barão do Rio Branco, Rio Bonito
Maria da Conceição Machado de Carvalho	C.E. Chile, Rio de Janeiro
Maria de Fátima dos Santos Guedes	CIEP 286 - Murilo Portugal, Barra do Piraí
Maria de Fátima Portella	E.E. Maurício de Abreu, Sapucaia

Maria de Nazaré Landeira Feijó	C.E. José Carlos Boaretto, Macuco
Maria Idenir Barrozo	C.E. Prof. <sup>a</sup> Zélia dos Santos Côrtes, Nova Friburgo
Maria Inez de Souza Maciel Cardoso	C.E. Prof. <sup>a</sup> Zélia dos Santos Côrtes, Nova Friburgo
Maria Luiza Brito Borges	C.E. Desembargador José Augusto C. da Rocha Júnior, Rio Bonito
Marineri Vieira dos Reis	CIEP 435 - Hélio Pellegrino, Rio de Janeiro
Marize Barros de Andrade	CIEP 169 - Maria Augusta Corrêa
Masileila Caldas da Silva	C.E. Vila Bela, Mesquita
Maurício de Oliveira Horta Barbosa	C.E. José de Lannes Dantas Brandão
Moanice do Couto Kropf	C.E. Prof. Aurélio Duarte, Carmo, RJ
Mônica Balduino de Abreu	C.E. Brigadeiro Schorcht, Rio de Janeiro
Mônica da Silva Reis	Colégio Venezuela, Rio de Janeiro
Naira Cristina Vieira Lemos	C.E. Prof. Fernando Antônio Raja Gabaglia, Rio de Janeiro
Nélio Souza Oliveira	C.E. Lions Clube de Paraíba do Sul, Paraíba do Sul
Paulo César Dos Santos	C.E. República Italiana, Porto Real
Renata Balmant	CIEP 485 - Prof. João Baptista de Barros, Barra Mansa
Rita Elaine Carvalho Goulart	C.E. Lions Clube - Itaperuna, RJ
Rosana Marta Guimarães Etienne	CIEP 016 - Abílio Henriques Correia, São João de Meriti
Rosângela Silva de Miranda	C.E. Quintino Bocaiúva, Cachoeira de Macacú
Rosania Machado Monteiro	C.E. Desembargador José Augusto C. da Rocha Júnior, Rio Bonito
Roseleana Sanches Cunha de Morais	E.E.E.S. Dr. Cócio Barcelos, Rio de Janeiro
Rosilaine Machado de Andrade Silva	CIEP 310 - Alice Aiex, Barra do Piraí
Rozâna Martins Leonardo	C.E. Melchíades Picanço
Sandra Meira de Sousa	C.E. Honório Lima, Angra dos Reis
Sandra Rosária Salgado Medeiros	CIEP 274 - Maria Amélia Daflon Ferro, São Sebastião do Alto
Sandra Taveira Monnerat	E.E. Prof. <sup>a</sup> Alda Bernardo dos Santos
Sérgio Santos de Oliveira	E.E. Pedro Jacintho Teixeira
Simone Leão Santos	E.E.E.S. Conde Afonso Celso, Rio de Janeiro
Solange Aparecida Damasco Marins	C.E. Desembargador José Augusto C. da Rocha Júnior, Rio Bonito
Symone Cerbino Salgado Temperini	CIEP 274 - Maria Amélia Daflon Ferro, São Sebastião do Alto
Solange Santos da Silva	CIEP 207 - Gilson Amado, Japeri
Suzana Silva Santos	C.E. Nephtalina Carvalho Ávila, Rio das Flôres
Tamara Sandra Guimarães Vedolin	Centro de Ensino Supletivo - CESIGO, Rio de Janeiro
Tânia Regina Aguiar	C.E. Dr. Artur Vargas, Angra dos Reis
Tatiana Jardim Serra de Souza	E.E.E.S. Berlim, Rio de Janeiro
Terezinha Silvestre	C.E. José de Lannes Dantas Brandão

Thereza Christina da Silva Cabral  
Vera Lúcia da Silva  
Vera Lúcia Rocha de Carvalho Motta  
Vicente Chaves Alonso  
Wilson Bispo dos Santos  
Zenite Fraga

C.E. Compositor Manacéia José de Andrade , Rio de Janeiro  
C.E. Alfredo Pujol, Rio Claro  
C.E. Armando Gonçalves  
CIEP 207 - Gilson Amado, Japeri  
C.E. Ver. Percy Batista Crispim, Nova Iguaçu  
C.E. José de Lannes Dantas Brandão

## **Capa**

Duplo Design

<http://www.duplodesign.com.br>

## **Diagramação**

Aline Santiago Ferreira  
Marcelo Mazzini Coelho Teixeira  
Thomás Baptista Oliveira Cavalcanti

Duplo Design - <http://www.duplodesign.com.br>  
Duplo Design - <http://www.duplodesign.com.br>  
tipostudio - <http://www.tipostudio.com.br>

Prezados (as) Professores (as)

Visando promover a melhoria da qualidade do ensino, a Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro realizou, ao longo de 2005, em parceria com a UFRJ, curso para os professores docentes de diferentes disciplinas onde foram apropriados os conceitos e diretrizes propostos na Reorientação Curricular. A partir de subsídios teóricos, os professores produziram materiais de práticas pedagógicas para utilização em sala de aula que integram este fascículo.

O produto elaborado pelos próprios professores da Rede consiste em materiais orientadores para que cada disciplina possa trabalhar a nova proposta curricular, no dia a dia da sala de aula. Pode ser considerado um roteiro com sugestões para que os professores regentes, de todas as escolas, possam trabalhar a sua disciplina com os diferentes recursos disponibilizados na escola. O material produzido representa a consolidação da proposta de Reorientação Curricular, amadurecida durante dois anos (2004-2005), na perspectiva da relação teoria-prática.

Cabe ressaltar que a Reorientação Curricular é uma proposta que ganha contornos diferentes face à contextualização de cada escola. Assim apresentamos, nestes volumes, sugestões que serão redimensionadas de acordo com os valores e práticas de cada docente.

Esta ação objetiva propiciar a implementação de um currículo que, em sintonia com as novas demandas sociais, busque o enfrentamento da complexidade que caracteriza este novo século. Nesta perspectiva, é necessário envolver toda escola no importante trabalho de construção de práticas pedagógicas voltadas para a formação de alunos cidadãos, comprometidos com a ordem democrática.

Certos de que cada um imprimirá a sua marca pessoal, esperamos estar contribuindo para que os docentes busquem novos horizontes e consolidem novos saberes e expressamos os agradecimentos da SEE/RJ aos professores da rede pública estadual de ensino do Rio de Janeiro e a todo corpo docente da UFRJ envolvidos neste projeto.

*Claudio Mendonça*

Secretário de Estado de Educação



## SUMÁRIO

---

- 17**    **Apresentação**
- 19**    **2ª e 3ª Séries do Ensino Médio**
- 21**    **Atividade didática para desenvolver a habilidade de visualização, identificação e geração de sólidos de revolução**  
          Cláudio Henrique da Costa Pereira, Carlos Cezar do Nascimento
- 26**    **Descobrimo os elementos da trigonometria**  
          Aquiles Afonso da Silveira, Ailton José Maria, Lucimar Neves
- 32**    **O círculo trigonométrico e o teorema de Pitágoras**  
          Dalva Helena Rangel Lima, Dilma Seixas Menezes
- 41**    **Proposta de Projeto Interdisciplinar: A lei de Snell**  
          Dalva Helena Rangel Lima, Dilma Seixas Menezes
- 45**    **Probabilidade e Estatística: o Perfil do Aluno**  
          Eliane Cristina da Cunha Oliveira, Magali Alves Martins, Naira Cristina Vieira Lemos
- 52**    **Probabilidade, Estatística e Tratamento da Informação**  
          Jorge José da Silveira, Maria da Conceição Machado de Carvalho
- 69**    **Referências Bibliográficas**



## APRESENTAÇÃO

---

Em nosso estado, professores atuando em diferentes escolas convivem com realidades diversas. Nossos municípios apresentam níveis de desenvolvimento econômico–social diferenciados. Sob esta ótica, o desafio de implementar programas de estudo em Matemática adequados a cada clientela, a partir de um documento de orientação curricular único, não é pequeno! Este documento visa divulgar uma seleção das sugestões didáticas desenvolvidas por professores em atividade, contribuindo para esta implementação.

O trabalho aqui apresentado é fruto do esforço, em atividade de formação continuada, de professores de Matemática da rede estadual de ensino do estado do Rio de Janeiro. Ele demonstra que foi muito bem aproveitada a oportunidade de trocar experiências e debater possíveis práticas em sala de aula, sob a luz do documento de reorientação curricular e de suas propostas, que necessitavam ser melhor assimiladas e discutidas pelos docentes. Estes trabalhos exigiram dos profissionais não apenas uma profunda reflexão sobre a realidade de suas escolas, mas também o interesse em aprimorar seus conhecimentos e em discutir suas práticas. Na leitura de cada uma das sugestões didáticas apresentadas, se percebe a dedicação dos professores, que buscaram meios práticos de implementar as diretrizes do documento de Reorientação Curricular em suas salas de aula, em suas escolas e para seus alunos.

O curso de formação continuada ocorreu durante o segundo semestre de 2005, em pólos próximos às localidades de trabalho dos professores (Cabo Frio, Campos, Caxias, Niterói, Nova Friburgo, Nova Iguaçu, Rio de Janeiro e Volta Redonda). Como parte integrante de suas atividades nesse curso, os professores de Matemática da rede estadual produziram sugestões didáticas que privilegiam todas as séries contempladas no documento de Reorientação. Eles optaram, quase sempre, pelo trabalho em grupo, permitindo assim uma ampla troca de experiências. Em todas as sugestões didáticas apresentadas, é marcante a postura de buscar uma aprendizagem ativa, com ampla participação dos estudantes, fugindo do modelo do professor transmissor de conhecimentos para alunos apáticos.

Nesta compilação, os trabalhos não são apresentados em um formato único, pois buscamos, na medida do possível, nos manter próximos dos textos originais dos autores. No entanto, foi necessário estabelecer critérios mínimos para a seleção de trabalhos, que incluíram: (a) uma proposta de trabalho para os alunos bastante clara e com objetivos bem definidos deveria ser apresentada; (b) a proposta para os alunos deveria ser acompanhada de sugestões metodológicas para sua aplicação pelo professor; e (c) quando pertinente, o trabalho deveria conter as soluções das atividades propostas aos alunos. Uma vez atendidos esses critérios, os

textos selecionados sofreram revisão e editoração, buscando integrá-los em um todo coerente. Em duas ocasiões, optamos por propor uma redação única para pares de trabalhos similares, apresentados por grupos diferentes de professores (nesses casos, os dois grupos constam como autores da proposta).

Buscou-se, ainda, respeitar os diferentes contextos para os quais os trabalhos foram elaborados, com a certeza de que a diversidade das propostas será de grande utilidade para a reflexão sobre a necessidade de, em cada caso, fazer escolhas e de adequar o documento curricular em programas de estudo. Assim sendo, recomendamos aos professores de Matemática da rede a leitura de todas as atividades propostas no documento, independentemente da modalidade de ensino ou série em que atuam. Devido à própria natureza do documento de Reorientação Curricular e às diferentes realidades escolares, a mesma atividade pode vir a ser utilizada em mais de uma série (e ainda em cursos voltados para jovens e adultos), cabendo ao professor que irá aplicá-la a decisão do melhor momento para sua utilização.

Esperamos que todos os professores de Matemática da rede estadual, tendo ou não participado do momento de formação continuada que gerou este documento, possam utilizar diversas das sugestões didáticas elaboradas por seus colegas, enriquecendo-as com sua própria prática. Esperamos que estas sejam fonte de aprimoramento profissional e que gerem novas reflexões sobre a importância da prática didática, contribuindo para uma escola comprometida com interesses e necessidades da população e mais adequada aos anseios e necessidades de seus alunos.

*Elizabeth Belfort*  
*Ana Lúcia Gravato Bordeaux Rego*  
*Cláudia Segadas Vianna*  
*Denise Fellipe da Rocha*  
*Elizabeth Ogliari*  
*Elizabeth Pastor Garnier*  
*Fernando Celso Villar Marinho*  
*Francisco Mattos*  
*Gilda Maria Quitete Portela*  
*Jacqueline Bernardo Pereira Oliveira*  
*João Paulo Gioseffi Vassallo*  
*Lilian Nasser*  
*Lúcia Arruda de Albuquerque Tinoco*  
*Luiz Carlos Guimarães*  
*Luiz Otávio Teixeira Mendes Langlois*  
*Maria Concetta Centola*  
*Maria Palmira da Costa Silva*  
*Rita Maria Cardoso Meirelles*  
*Ulcio Pinto Júnior*  
*Victor Giraldo*  
*Wanda Medeiros Pacheco Ferreira*  
*Wandira Maria C. Moreira*

MATEMÁTICA

**2ª E 3ª SÉRIES**

Ensino Médio - Volume IV

Janeiro de 2006



# ATIVIDADE DIDÁTICA PARA DESENVOLVER A HABILIDADE DE VISUALIZAÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E GERAÇÃO DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

---

## Apresentação

Em nossa prática de sala de aula, observamos significativas deficiências apresentadas pelos alunos para visualizarem e interpretarem informações gráficas utilizadas para introduzir conceitos geométricos. Observamos também que, nos livros didáticos, os sólidos de revolução são apresentados com desenhos que não sugerem movimento.

Em nosso trabalho, utilizamos um material concreto de baixo custo para auxiliar os professores em suas aulas sobre o conteúdo apresentado. Delimitamos nossa atividade na abordagem apenas dos sólidos: cilindro, cone e esfera, e na geração de uma imagem mental, mais do que concreta, dos mesmos. A série de questões apresentadas em cada atividade leva o aluno a prosseguir segundo uma seqüência de níveis de compreensão baseado no modelo de Van Hiele.

## Objetivos principais do trabalho

- Identificar que diferentes figuras planas podem ser utilizadas para geração de sólidos de revolução.
- Observar semelhanças entre os objetos que estão à sua volta e os sólidos de revolução.
- Perceber semelhanças e diferenças dos sólidos de revolução entre si.
- Reconhecer os diferentes sólidos de revolução, de diferentes pontos de vista.

## Séries para as quais o trabalho está direcionado

2ª Série do Ensino Médio

## Conteúdos matemáticos associados e ligações com o documento de reorientação curricular da SEE

Estudo de geometria espacial, sólidos geométricos, corpos redondos, sólidos de revolução, cilindro, cone, esfera, semi-esfera, tronco de cone, eixo de rotação, geratriz, eixo de simetria, retângulo, triângulo retângulo, círculo e semicírculo.

### Número de aulas previstas

São previstas de 2 a 4 aulas para aplicação destas atividades. Como normalmente não temos três aulas seguidas de matemática em nossas escolas, sugerimos aproveitar o intervalo entre a 2ª e 3ª aulas para que os alunos façam pesquisas e concluem as atividades.

### Sugestões de organização da turma para o desenvolvimento do trabalho

Dividir a turma em grupo, distribuir o material concreto e a ficha de atividades. Permitir que os alunos manipulem as peças e façam as atividades propostas, atendendo a eventuais dificuldades.

### Sugestões para aplicação e acompanhamento da atividade pelo professor da turma

- Preparação do material concreto para aplicação da atividade na turma

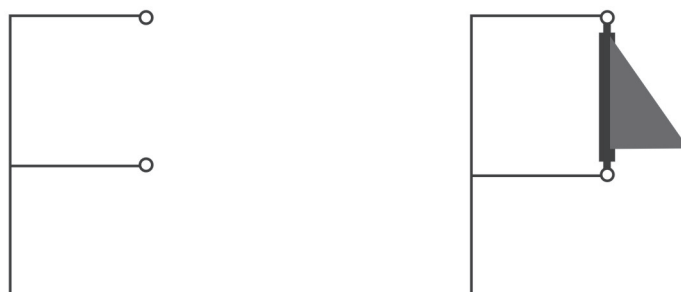
Material necessário: Papel cartão (sugestão: cores primárias; amarelo, azul ou vermelho), régua, esquadro, compasso, tesoura, cola, lápis.

Com o papel cartão de cores distintas, confeccionar diversos retângulos, triângulos retângulos, semicírculos e círculos. Se o professor optar por confeccionar o “Suporte do eixo de rotação das figuras”, nas figuras em papel cartão, ele deve prender velcro em várias posições, que coincidam com os possíveis eixos de rotação de cada uma.

Sugerimos também que o professor confeccione um suporte para fixar o eixo de rotação das figuras para gerar a imagem dos sólidos de revolução.

- Confeção do suporte do eixo de rotação das figuras

Usando arame (ou fio para instalação elétrica residencial), faça uma haste em forma de “F”, de aproximadamente 30 cm de altura, com as duas partes horizontais distantes aproximadamente 19 cm. Os 11 cm restantes serão utilizados para segurar a peça. Nas extremidades das partes horizontais, deixe duas circunferências para prender o eixo de rotação das figuras, conforme sugerido no diagrama a seguir.



## Comentários

Algumas questões podem ser levantadas pelo professor, durante a aplicação das atividades, para motivar a curiosidade dos alunos. Por exemplo:

- A cor, o ângulo de visão, o tamanho, a velocidade de rotação das figuras podem influenciar para uma melhor visualização da imagem dos sólidos de revolução gerados?
- Quais são as posições possíveis do eixo de rotação e do diâmetro para que a imagem do sólido gerado seja uma esfera?

## Sugestões de avaliação do trabalho realizado pelos alunos e do seu desempenho

Avaliação da ficha de atividades.

## Registro de exemplos de desenvolvimento da atividade por alunos

Esta atividade foi aplicada, em outubro de 2005, a turmas bem diversificadas de alunos da 2ª série do Ensino Médio, duas turmas do turno da manhã e uma da noite. Nessas turmas, o conteúdo de Geometria Espacial tinha sido visto em forma de trabalho teórico e prático. Os alunos do turno da noite foram mais objetivos em suas respostas, já os do turno da manhã usaram muita criatividade para dar nome às peças do material concreto.

Alguns exemplos:

Questão 1. “Pedaço de pizza, pôr-do-sol, porta-retrato”, “triângulo, transferidor e paralelepípedo”, “meia esfera”, “base de cilindro, triângulo torto e retângulo comprido”.

Questão 15. “O semicírculo em pé pode virar uma bola”.

Questão 18. “O semicírculo deitado pode virar meia bola”.

---

## ROTEIRO DO ALUNO

---

Você recebeu material concreto para realizar as atividades a seguir. Em grupo, manipule o material que você recebeu com cuidado para não danificá-lo.

### Atividade I

1. Se você fosse dar um nome para cada peça desse material, como chamaria cada uma? Veja o nome que seus colegas deram a cada uma.
2. Você deve ter percebido que as peças são: triângulos retângulos, retângulos, círculos e semicírculos.
3. Você conseguiria gerar a imagem de um cilindro, utilizando uma dessas figuras e aplicando um movimento circular em seqüência e em torno de um eixo (de rotação)? Se você conseguiu, diga qual figura utilizou.
4. Veja se seus colegas conseguiram e compare suas respostas. Vocês devem ter utilizado o retângulo.
5. Você sabe que a base de um cilindro é um círculo. Diga que parte da figura que você escolheu no item 3 gera a imagem da base do cilindro.
6. Veja o que seus colegas responderam. Se vocês utilizaram o lado maior do retângulo para ser o eixo de rotação, a imagem da base foi gerada pelo lado menor do retângulo e vice-versa. Diga que parte desse retângulo representa o raio do cilindro.
7. A altura do cilindro é representada por que parte do retângulo? Se vocês utilizaram o lado maior do retângulo para ser o eixo de rotação, este lado também corresponde à altura.
8. Na questão 3, se mudássemos a posição do eixo de rotação, mudaria a imagem do sólido gerado? Faça essa experiência e tente dar um nome para o sólido gerado. Veja as respostas de seus colegas.

### Atividade II

9. Você conseguiria gerar a imagem de um cone, utilizando uma dessas figuras e aplicando um movimento circular em seqüência e em torno de um eixo (de rotação)? Se você conseguiu, diga qual figura utilizou.
10. Veja se seus colegas conseguiram, e compare suas respostas. Vocês devem ter utilizado o triângulo retângulo.
11. Você sabe que a base de um cone é um círculo. Diga que parte da figura que você escolheu no item 8 gera a imagem da base do cone.
12. Veja o que seus colegas responderam. Se vocês utilizaram o cateto maior do triângulo retângulo para ser o eixo de rotação, a imagem da base foi gerada pelo cateto menor do triângulo retângulo e vice-versa. Diga que parte desse triângulo retângulo representa o raio do cone.

13. A altura do cone é representada por que parte do triângulo retângulo? Se vocês utilizaram o cateto maior do triângulo retângulo para ser o eixo de rotação, a altura também é ele e vice-versa.
14. Na questão 9, se mudássemos a posição do eixo de rotação, mudaria a imagem do sólido gerado? Faça essa experiência e tente dar um nome para o sólido gerado. Veja as respostas de seus colegas.

### Atividade III

15. Você conseguiria gerar a imagem de uma esfera, utilizando uma dessas figuras e aplicando um movimento circular em seqüência e em torno de um eixo (de rotação)? Se você conseguiu, diga qual figura utilizou.
16. Veja se seus colegas conseguiram e compare suas respostas. Vocês devem ter utilizado o círculo ou o semicírculo.
17. Diga que parte desse círculo ou semicírculo representa o diâmetro da esfera.
18. Na questão 15, se mudássemos a posição do eixo de rotação, mudaria a imagem do sólido gerado? Faça essa experiência e tente dar um nome para o sólido gerado. Veja as respostas de seus colegas.

## DESCOBRINDO OS ELEMENTOS DA TRIGONOMETRIA

---

### Apresentação

O tema trabalhado é uma proposta conjunta do grupo, baseado nas dificuldades encontradas no aprendizado de trigonometria dos alunos em sala de aula. Parece que os alunos não conseguem visualizar a simplicidade das idéias trigonométricas e as consideram de difícil compreensão. Neste trabalho, exploramos essas idéias e suas ligações com o Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales, bem como os demais conteúdos de semelhança de triângulos.

### Objetivo principal do trabalho

O objetivo desta atividade é mostrar aos alunos que as razões trigonométricas fundamentais são constantes para um ângulo com valor fixo, independente das dimensões lineares do ângulo.

### Séries para as quais o trabalho está direcionado

O trabalho está direcionado às duas primeiras séries do ensino médio, embora consideremos que o ideal seja sua aplicação na primeira, uma vez que trigonometria é fundamental para diversos tópicos em Matemática e em Física (especialmente mecânica e ótica). O mesmo trabalho pode ser também aplicado na 8ª série do Ensino Fundamental, caso os alunos tenham os pré-requisitos necessários.

### Conteúdos matemáticos associados e ligações com o documento de reorientação curricular da SEE

Os principais conteúdos matemáticos associados a esta atividade são o Teorema de Pitágoras, o Teorema de Tales e o estudo de Semelhança de Triângulos. São ainda utilizados conceitos provenientes do estudo de circunferência, pontos, segmentos de retas, ângulos e projeções ortogonais.

### Número de aulas previstas e organização da turma

O trabalho pode ser executado em duas ou quatro horas aula dependendo da desenvoltura dos alunos para utilização de materiais de desenho (régua, esquadro, transferidor e compasso).

O ideal é realizar o trabalho com os alunos organizados em duplas, para incentivar o debate de idéias.

## Sugestão para aplicação e acompanhamento da atividade pelo professor

Caso os alunos demonstrem dificuldades para iniciar o trabalho, o professor deve ler com eles o que é pedido, perguntando e ajudando na compreensão de cada passo. O acompanhamento deve ser feito de forma discreta e as interferências feitas na medida das dificuldades de cada dupla.

## Seqüência Pedagógica e Atividades

A seguir apresentamos uma sugestão de roteiro a ser seguido pelos orientadores:

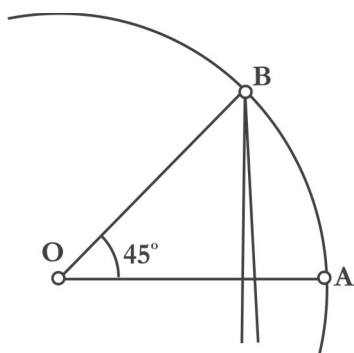
1. Explicar o objetivo do trabalho: Levar os alunos a entenderem o que são funções circulares, porque elas têm valores constantes para cada ângulo, independente da medida linear de seus lados.
2. Explicar que o trabalho deverá ser desenvolvido passo a passo, com todas as equipes procurando avançar no mesmo ritmo.
3. Distribuir a primeira folha e, se desejar, uma folha em branco anexo.
4. Fazer a leitura dos itens na medida da execução. Se o orientador desejar, pode ir fazendo o exercício no quadro de giz. Caminhar até à atividade de obter os pontos P projetado no segmento OA, embora seja melhor deixar este traçado para os alunos, como forma de não suggestioná-los na marcação de seus círculos e ângulos. A idéia é ter valores diferentes para cada dupla.
5. Relembrar, se necessário, a nomenclatura de triângulos e os teoremas de Tales e de Pitágoras.
6. Fazer as medições com a régua e anotar os valores na tabela I.
7. Fazer as operações de razões e preencher os valores da tabela II.
8. Fazer as medições dos ângulos e preencher a tabela III.
9. Fazer a avaliação dos resultados e anotar as conclusões.
10. . Pesquisar sobre SENO, COSSENO e TANGENTE: orientar os alunos a escreverem o que eles entenderam e não o que está escrito no livro.
11. Colher as impressões dos alunos sobre a atividade.
12. Fazer a compilação das avaliações dos alunos.
13. Fazer a avaliação do resultado.

Ao final, o professor deve coordenar as discussões sobre a atividade, fazendo um fechamento com os conceitos matemáticos trabalhados, introduzindo a idéia das funções trigonométricas e relembrando as correlações entre semelhanças de triângulos, Tales e Pitágoras.

## Registro de exemplos do desenvolvimento da atividade

Esta atividade foi desenvolvida em uma turma de 22 alunos cursando a 2ª série do Ensino Médio noturno, com idade entre 19 e 53 anos (média de 32 anos). Relatamos a seguir itens observados no desenrolar da atividade.

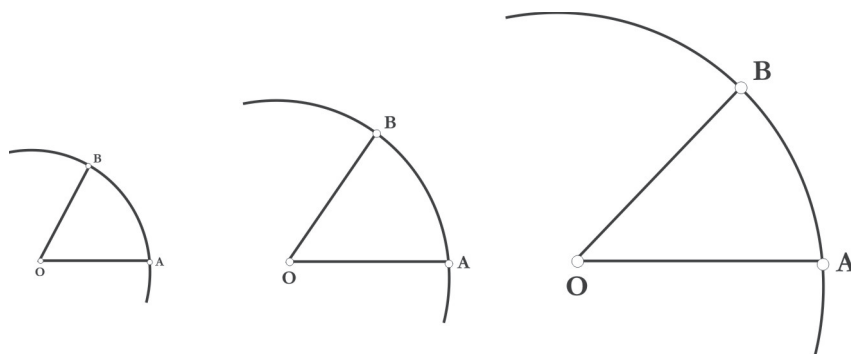
Apesar de a turma ter sido orientada a desenvolver a atividade passo a passo em conjunto, por se tratar de curso noturno, alguns alunos foram logo tentando preencher espaços em que imaginavam saber as respostas ou onde poderiam escrever o que pudessem copiar diretamente dos livros, no sentido de “ganhar tempo”. Isso exigiu a intervenção do professor.



Retomando o desenvolvimento normal, partimos para o traçado dos círculos e ângulos. Deparamo-nos, então, com as primeiras dificuldades: o uso dos instrumentos de desenho e a interpretação das propostas de atividades. Notamos desde a dificuldade em traçar circunferências até o manuseio de jogo de esquadro para obter projeções ortogonais, conforme reproduzido na figura ao lado.

O item 2 também deve ser colocado em primeiro lugar, pois alguns alunos tiveram dificuldade de encontrar o centro da circunferência.

Quando permitimos aos nossos alunos trabalhar por conta própria, percebemos dificuldades de que não suspeitávamos. Por exemplo, um dos alunos não sabia o significado de ângulos iguais, como mostra a figura abaixo, baseada em seu trabalho.



Neste caso específico, foi preciso um pouco mais de tempo para explicar ao aluno o que significa *ângulos iguais*.

Na hora de efetuar as medidas dos segmentos, o maior trabalho foi convencer os alunos a procurarem fazê-las o mais acuradamente possível (sempre haverá diferenças e erros de medida, mas o cuidado no desenvolvimento diminui as diferenças). Descobrimos, também, que os alunos não tinham práticas anteriores de medições com milímetro. No entanto, de uma forma geral, foi menos trabalhoso e difícil do que o traçado das figuras.

Os alunos puderam utilizar as calculadoras para fazer as contas, mas erros de construção (ângulos diferentes ao invés de iguais, erros ao construir os triângulos retângulos) e os decorrentes do experimento de medidas (erro ao anotar as medidas, uso incorreto da régua, pouca precisão ao medir causaram resultados nas razões bastante discrepantes entre os grupos. Essa foi uma ótima oportunidade de discussão sobre a experiência, levando os alunos a conferir suas construções e medidas.

Embora percebam as constantes de proporcionalidade e as variações dos elementos trigonométricos, a dificuldade de redação se mostra muito claramente nos itens nos quais pedimos que escrevam com suas palavras as definições. Notou-se, inclusive, uma tentativa de copiar o que outros colegas escreveram para se livrar da dificuldade, o que foi feito sem nenhum senso crítico.

Desta forma, uma atividade como esta também pode ser utilizada para que os alunos aprimorem sua forma de exprimir suas idéias, com o auxílio dos colegas e do professor, que deve considerar com respeito às expressões dos alunos e ajudá-los a melhorá-las.

---

## ROTEIRO DO ALUNO

---

### Elementos Fundamentais da Trigonometria

Leia com atenção as instruções abaixo e execute-as com capricho:

1. Trace numa folha de papel em branco (ou milimetrado) três circunferências, com raios de valores diferentes entre si.
2. Marque o centro de cada uma delas como ponto **O** e trace uma linha horizontal ligando cada centro (ponto **O**) até à respectiva circunferência determinando um ponto **A**.
3. Construa em cada circunferência ângulos agudos centrais iguais, tendo o segmento  $\overline{OA}$  como um dos lados e o outro lado encontre cada uma das circunferências em um segundo ponto, que chamaremos de **B**, formando assim os ângulos agudos  $\hat{A}OB$ .
4. Marque a projeção ortogonal ( $90^\circ$ ) de  $\overline{OB}$  sobre o lado  $\overline{OA}$  obtendo o ponto **P** em cada uma das três figuras.

5. Responda:

Quanto aos ângulos, que tipo de triângulo representa as figuras formadas por **OBP**?

Esses triângulos são semelhantes?

Porquê?

Os lados destes triângulos têm nomes especiais, quais são eles?

$\overline{OB}$  =

$\overline{OP}$  =

$\overline{BP}$  =

6. Com uma régua milimetrada, meça o comprimento dos segmentos  $\overline{BP}$ ,  $\overline{OP}$  e  $\overline{OB}$  anotando seus valores na tabela I a seguir:

	Circunferência I	Circunferência II	Circunferência III
Segmento $\overline{BP}$ (Projeção Vertical)			
Segmento $\overline{OP}$ (Proj. Horizontal)			
Segmento $\overline{OB}$ (Raio)			

7. Calcule a razão entre a projeção vertical e o raio de cada uma das circunferências.

8. Calcule a razão entre a projeção horizontal e o raio de cada uma das circunferências.

9. Calcule a razão entre a projeção vertical e a projeção horizontal de cada uma das circunferências e anote todos os resultados conforme a tabela II a seguir.

	Circunferência I	Circunferência II	Circunferência III
Razão $\overline{BP}$ / Raio			
Razão $\overline{OP}$ / Raio			
Razão $\overline{BP}$ / $\overline{OP}$			

10. Com o transferidor, meça novamente os ângulos que você marcou em cada circunferência e anote os valores na tabela a seguir:

	Circunferência I	Circunferência II	Circunferência III
Valor do ângulo			

11. Se os ângulos estão com o mesmo valor, qual a conclusão a que vocês chegaram comparando os valores da tabela II?

### Sintetizando as Principais Idéias e Formalizando:

Baseado em sua conclusão e consultando sobre trigonometria em livros na biblioteca e, se possível, na internet, escreva com suas palavras uma definição para:

SENO

COSENO

TANGENTE

Dê sua opinião sobre esta atividade:

Faça a sua avaliação, escolhendo uma das opções a seguir:

A atividade foi boa porque...

A atividade foi regular porque...

A atividade foi fraca porque...

# O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO E O TEOREMA DE PITÁGORAS

---

## Apresentação

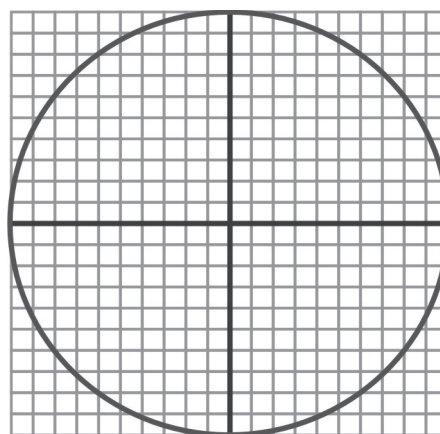
A Matemática é fundamental na formação dos alunos e dos cidadãos pelas inter-relações que estabelece. Ao ser revelada como uma ciência sócio-historicamente construída, faz-se necessário aproximar o desenvolvimento do conhecimento matemático da percepção mais concreta dos alunos. É importante que eles se percebam como homens e mulheres que, mergulhados no seu tempo histórico, em sua sociedade, pesquisam e criam o conhecimento matemático que conhecemos.

## Motivação

O professor poderá propor aos alunos pesquisas como a utilização da Trigonometria nas antigas civilizações babilônica e egípcia, além de outras atividades profissionais que aplicam intensivamente noções de Trigonometria. Se houver possibilidade, pode-se até convidar um profissional dessas áreas para uma entrevista em sala.

## Atividades

- Confecção do Círculo Trigonométrico em papel quadriculado, definindo o Sistema Cartesiano Ortogonal (importante que os pontos definidos pelos eixos sejam quantidades pares – Sugestão: 10 em cada quadrante).
- Construção de um painel quadrado (madeira ou isopor) onde será fixado o Círculo Trigonométrico, que deverá estar em relevo (colado a um círculo de isopor).
- Construção dos arcos trigonométricos (setores circulares) equivalentes aos ângulos notáveis ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ) e os triângulos retângulos correspondentes (em papel cartão ou EVA, colorido).
- Fixação de duas fitas coloridas, de 80 cm cada, na origem dos arcos.
- Canudo de refrigerantes (ou vareta) para ser usado posteriormente.



## Aprimoramentos Sugeridos

Após o desenvolvimento da atividade proposta, o professor pode ainda explorar as seguintes atividades:

### 1 – Grados x graus

Em 1792, durante a Revolução Francesa, houve na França uma reforma de pesos e medidas que culminou na adoção de uma nova medida de ângulos, que dividia o ângulo reto em 100 partes iguais, chamadas GRADO. Um grado (1 gr) é então a unidade que divide o ângulo reto em 100 partes iguais, e o minuto divide o grado em 100 partes, bem como o segundo divide o minuto em 100 partes. Tudo isso para que a unidade de medição de ângulos ficasse em conformidade com o sistema métrico. A idéia não foi muito bem-sucedida, mas até hoje encontramos na maioria das calculadoras científicas as três unidades: grau, radiano e grados.

Baseado no texto acima, responda:

- Meia-volta equivale a quantos grados? E uma volta inteira?
- Em qual quadrante termina o arco trigonométrico de 250 gr?
- 1 rad equivale a quantos grados?
- 1 gr equivale a quantos graus?

### 2 – Jogo: batalha naval circular

Número de participantes: 2

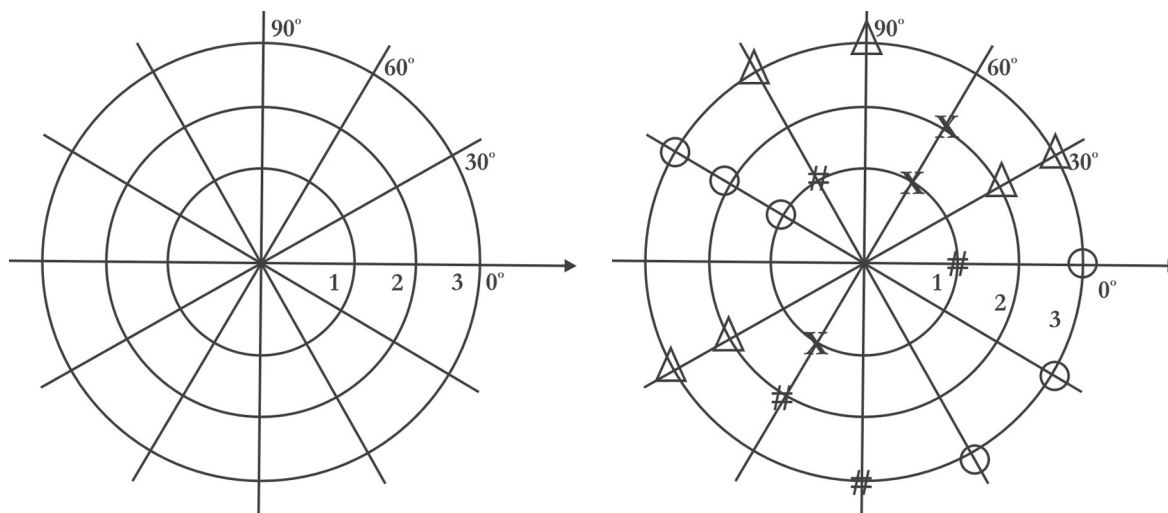
Material necessário: uma cópia do tabuleiro para cada jogador.

Regras:

- Em seu tabuleiro, sem que o seu oponente veja, o jogador posiciona sua esquadra composta de:
  - 1 porta-aviões (4 marcas X em posições consecutivas numa reta ou numa circunferência).
  - 2 submarinos (cada: 3 marcas O em posições consecutivas numa reta ou numa circunferência).
  - 3 destroyers (cada: 2 marcas  $\Delta$  em posições consecutivas numa reta ou numa circunferência).
  - 4 fragatas (cada: 1 marca #).
- Os jogadores decidem quem começa.
- Alternadamente, cada jogador tem direito a “dar um tiro” falando uma posição do tabuleiro da seguinte forma: primeiro o raio da circunferência e depois o ângulo. Por exemplo: (3, 60°).
- Se o tiro atingir algum dos navios do adversário, este diz “acertou” e especifica o tipo de navio. O jogador que acertou registra, no seu tabuleiro, o navio do adversário com uma cor diferente da que usou para marcar a sua esquadra e tem direito a novos tiros até errar.

- No caso de o tiro não atingir nenhum navio, o adversário diz “água” e passa sua vez de jogar.
- O jogo prossegue dessa forma até que uma das frotas seja totalmente destruída, sendo o oponente considerado o vencedor.

Tabuleiro e exemplo de tabuleiro preenchido e de simulação de jogada:



Tiro (3, 60°) – “Água”

Tiro (1, 240°) – “Acertou porta-aviões”

## Objetivo principal do trabalho

Sabemos que, ao lidar com a Trigonometria no círculo, devemos ter em mente uma série de elementos que se relacionam concomitantemente (círculo orientado, origem e extremidade de arcos, eixos cartesianos, ordenadas, abscissas etc.). Não seria a relação entre numerosos elementos uma das causas das dificuldades que os alunos sentem ao estudar Trigonometria? A utilização de um dispositivo que fixasse algumas variáveis, enquanto a atenção se direcionasse para uma ou duas outras, não poderia resultar em um melhor entendimento da questão?

Foi tentando verificar a validade dessa conjetura que elaboramos esta oficina, que adequadamente trabalhada traz resultados satisfatórios. O principal objetivo deste trabalho é, a partir do concreto, construir e explorar materiais que levem à abstração de conhecimentos relativos à Trigonometria.

## Séries para as quais o trabalho está direcionado

Este trabalho está direcionado à 2ª série do Ensino Médio.

## Conteúdos matemáticos associados e ligações com o documento de reorientação curricular da SEE

Tendo como pré-requisitos o conhecimento das Relações Métricas e as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo, visa mostrar a correspondência entre os mesmos e o Círculo Trigonométrico. Com isto, os alunos construirão, concretamente, conhecimentos sobre: Sistema Cartesiano Ortogonal e o Círculo Trigonométrico (Quadrantes); Circunferência (Raio, Diâmetro, Comprimento e Arcos); Medida de Arcos (Grau e Radiano); Circunferência Orientada e Reta Real; Pontos associados aos eixos (Abscissa e Ordenada); Arcos Trigonométricos (Côngruos); Seno, Cosseno e Tangente dos Ângulos Notáveis e conseqüentemente, de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ ; Variação do Sinal do Seno, Cosseno e Tangente; Redução ao 1º Quadrante (simetria) e a Relação Trigonométrica Fundamental.

Considerando os rumos sinalizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e o documento de Reorientação Curricular do Estado do Rio de Janeiro, e buscando auxiliar na superação dos desafios deles decorrentes, esta oficina tem o objetivo de promover não apenas o trabalho com as competências, como o domínio de conceitos e a capacidade de utilizar fórmulas, mas também de promover o desenvolvimento de atitudes e valores que contribuam para uma formação crítica e global do aluno.

Ao término dos trabalhos desenvolvidos, o aluno deverá ser capaz de:

- Identificar a relação entre a circunferência, o raio e o diâmetro.
- Associar aos pontos de uma circunferência os números reais.
- Compreender o significado de círculo trigonométrico e circunferência orientada.
- Expressar a medida de um ângulo em graus e radianos.
- Compreender o significado de arcos e ângulos na circunferência trigonométrica.
- Identificar arcos côngruos.
- Compreender que as razões trigonométricas podem ser entendidas como funções com base na circunferência trigonométrica.
- Utilizar o Teorema de Pitágoras para entender os valores do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos notáveis.
- Identificar a variação de sinal do seno, cosseno e tangente em cada quadrante.
- Fazer reduções ao 1º quadrante através de simetrias.
- Entender a relação fundamental da trigonometria.

### Número de aulas previstas

As atividades podem ser desenvolvidas em até 10 aulas, sendo: 2 aulas para a confecção do painel, 6 aulas para as atividades propostas e 2 aulas para a avaliação dos conhecimentos adquiridos.

## **Sugestão de organização da turma**

A turma pode ser dividida em duplas ou trios (se houver muitos alunos) para a confecção do painel, ou o trabalho pode ser individual. O mais importante é que, ao final, todos os alunos tenham desenvolvido o roteiro das atividades propostas. Estas pressupõem a mediação do conhecimento pelo professor e uma estratégia de trabalho na qual cada aluno, aos poucos, irá descobrindo e formulando conceitos relacionados aos conteúdos trabalhados.

## **Sugestão de avaliação do trabalho**

As observações registradas pelo professor durante as aulas são essenciais para a percepção do desempenho dos alunos. As atividades de auto-avaliação permitem aos estudantes reconhecer dificuldades e estabelecer estratégias de estudo para superá-las, proporcionando-lhes autonomia de aprendizado e valorização de seus sucessos escolares. Os desafios escritos possibilitam que se defrontem com situações de utilização do conhecimento já sistematizado condicionados ao tempo estipulado.

As atividades de avaliação devem ser desafios ao raciocínio dos alunos, momentos nos quais eles se deparam com enunciados diferenciados e complexos. Podem ser: individuais, em duplas ou grupos maiores, com ou sem consulta, escritas e/ou orais. Elas podem abordar conteúdos cumulativos ou estanques, possibilitando a vivência de situações que objetivam a organização dos conceitos estudados ou sua aplicação em situações mais elaboradas.

## **Dificuldades encontradas pelos alunos na aplicação piloto**

Desenvolvendo este trabalho com alunos da 2ª série do Ensino Médio, constatamos diversas dificuldades, que incluem até problemas ao utilizar os instrumentos de medida para a confecção do Círculo Trigonométrico.

---

## ROTEIRO DO ALUNO

---

### 1 – Medindo a Circunferência:

Quando dizemos que um segmento de reta tem 10 cm de comprimento é fácil entender o que isso significa. Mas como podemos afirmar que “uma circunferência tem x cm de comprimento”?

Use uma das fitas coloridas para contornar a sua circunferência. Marque a medida correspondente a este contorno. Ao esticar novamente a fita, você poderá avaliar quanto mede o comprimento da circunferência. Anote e compare o resultado obtido com os seus colegas.

Meça, agora, o raio da circunferência e também o diâmetro. Anote e compare.

Usando uma calculadora, divida o valor correspondente ao comprimento da circunferência pela medida do diâmetro. Anote e compare este valor com os seus colegas. O que você descobriu? Este valor, que foi calculado aproximadamente por você, é uma constante que independe do raio, e recebe o nome de  $\pi$ .

### 2 – Como associar aos pontos de uma circunferência, de $r = 1$ e centro na origem, os números reais?

Considerando a circunferência de raio unitário, ao definir os eixos cartesianos (Ordenadas:  $OY$  e Abscissas:  $OX$ ), você determina 4 pontos: A (1,0), B (0,1), C (-1,0) e D (0, -1). Marque-os.

Observe que o Círculo Trigonométrico ficou dividido em 4 setores (Quadrantes I, II, III e IV). Identifique-os, usando o sentido anti-horário.

Partindo do princípio de que a circunferência equivale a  $360^\circ$ , marque nos pontos correspondentes os ângulos  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ .

### 3 – Graus X Radianos:

A partir de agora, consideraremos os arcos de circunferência em radianos. O que significa 1 rad?

Com a fita, meça o raio de sua circunferência; a seguir, partindo da origem (A), determine o arco correspondente a esta medida. Este arco equivale a 1 radiano (1 rad).

Pelo que aprendemos sobre o comprimento da circunferência, chegamos à conclusão de que um ângulo de  $180^\circ$  terá também como medida (em radianos)  $\pi$  rad.

Partindo deste pressuposto, quais seriam os valores correspondentes a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ ? Como poderíamos efetuar estes cálculos? Escreva esses valores também no seu gráfico.

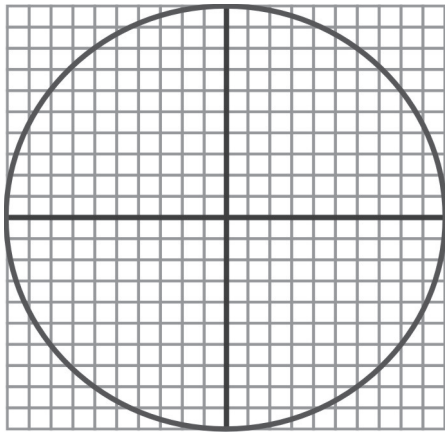
#### 4 – Identificando Arcos Trigonométricos e Arcos Côngruos:

Usando uma das fitas com origem em A, marcar um arco qualquer.

Utilizando a outra fita, contorne a circunferência **no mesmo sentido** até encontrar a extremidade do arco anterior. Você observa que os arcos encontrados têm a mesma origem e extremidade. Estes arcos são côngruos.

Mas arcos podem ter a mesma extremidade sem serem congruos. Busque exemplos e discuta com seus colegas.

#### 5 – O Círculo Trigonométrico e o Teorema de Pitágoras:



Utilize o Círculo Trigonométrico de raio unitário e os Setores Circulares pedidos, marque o arco equivalente aos ângulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $45^\circ$ .

**Atenção:** todos os valores que você obtiver aqui devem ser considerados como aproximados, pois são resultados de medidas.

Usando os triângulos retângulos correspondentes aos arcos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , você observa que:

$$\text{Sen } 30^\circ =$$

$$\text{Sen } 45^\circ =$$

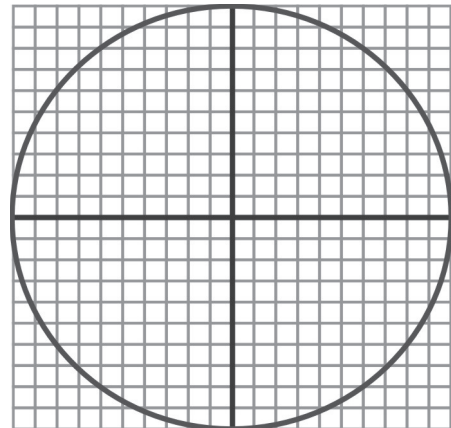
$$\text{Sen } 60^\circ =$$

Usando os triângulos retângulos correspondentes aos arcos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , você observa que:

$$\text{Cos } 30^\circ =$$

$$\text{Cos } 45^\circ =$$

$$\text{Cos } 60^\circ =$$

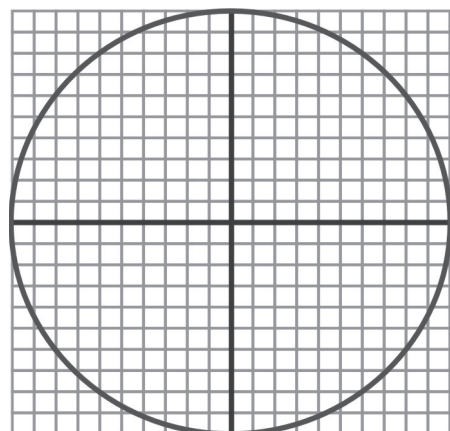


Fixando o canudo na origem dos arcos, você observa que:

$$\text{Tg } 30^\circ =$$

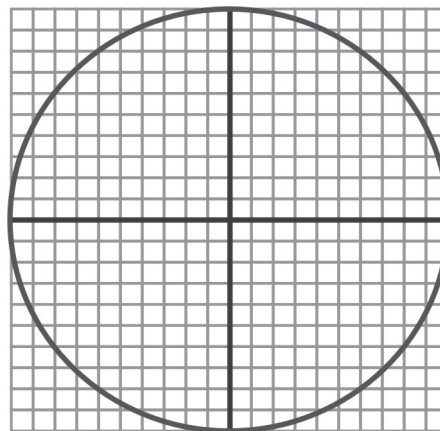
$$\text{Tg } 45^\circ =$$

$$\text{Tg } 60^\circ =$$



A partir das resoluções anteriores, reconhecendo que o eixo das ordenadas (0Y) é o eixo dos senos e que o eixo das abscissas (0X) é o eixo dos cossenos, determine:

- A variação dos sinais do seno, cosseno e da tangente. Anote essas conclusões.
- Os valores do seno, cosseno e da tangente de outros ângulos pedidos. Não se esqueça das anotações.



Sen  $0^\circ =$

Sen  $90^\circ =$

Sen  $180^\circ =$

Sen  $270^\circ =$

Sen  $360^\circ =$

Cos  $0^\circ =$

Cos  $90^\circ =$

Cos  $180^\circ =$

Cos  $270^\circ =$

Cos  $360^\circ =$

Tg  $0^\circ =$

Tg  $90^\circ =$

Tg  $180^\circ =$

Tg  $270^\circ =$

Tg  $360^\circ =$

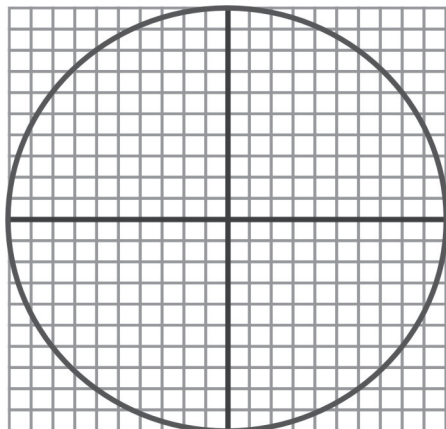
### 7 – Redução ao 1º Quadrante:

Usando os arcos correspondentes a  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ , individualmente, vamos encontrar arcos correspondentes aos mesmos em outros quadrantes. Pesquise o significado deste termo – arco correspondente.

Geometricamente: Localizando o arco no 1º quadrante, encontre o simétrico de cada um deles com relação:

- ao eixo Y.
- à origem dos eixos cartesianos (0,0).
- ao eixo X.

### 8 – Descobrimo a Relação Trigonométrica Fundamental:



Construa no Círculo Trigonométrico um triângulo retângulo qualquer, de hipotenusa a, e catetos b e c, e um ângulo agudo  $\alpha$ . Neste triângulo retângulo, identifique:

sen  $\alpha =$

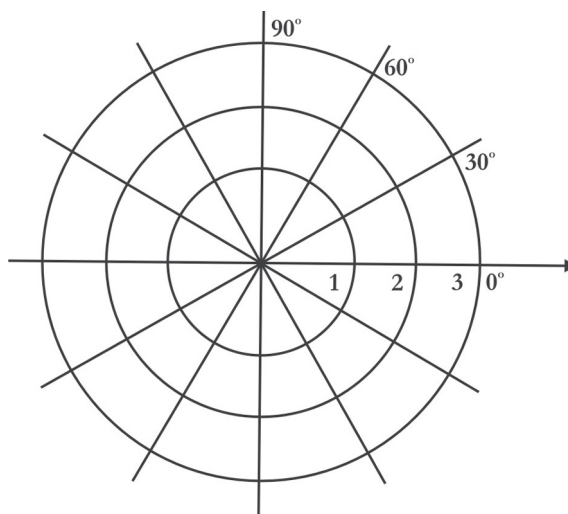
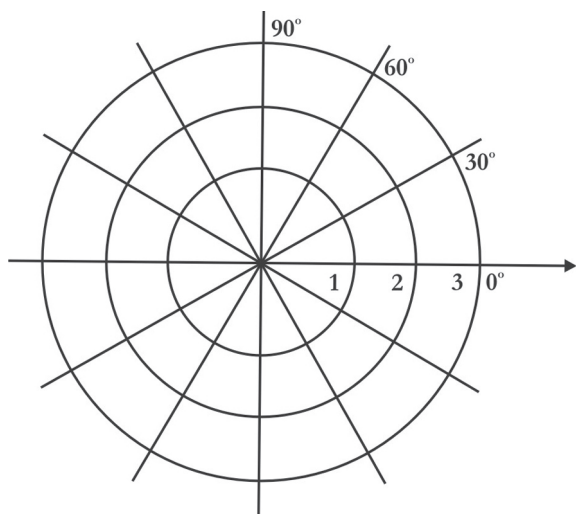
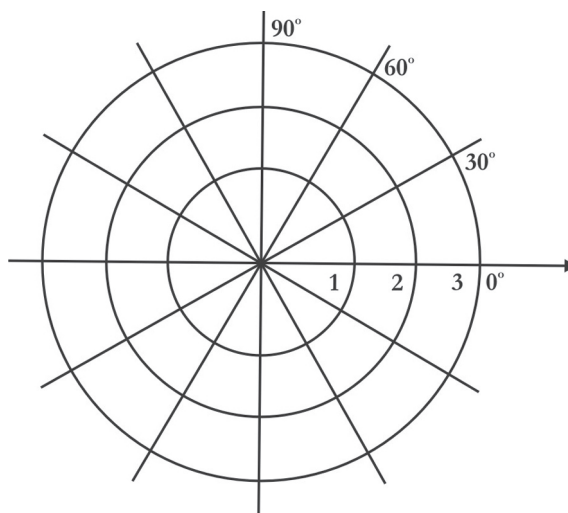
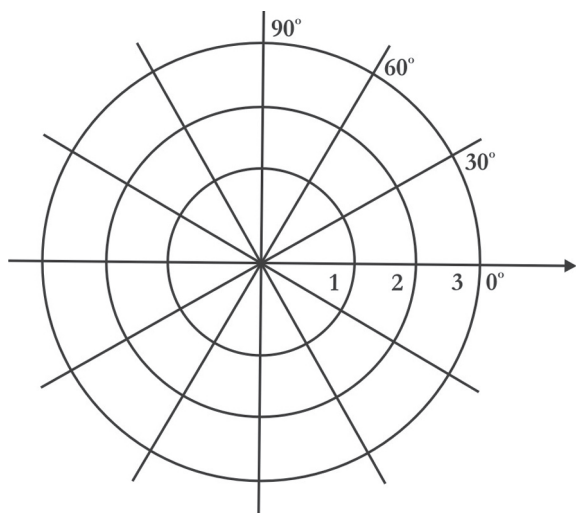
cos  $\alpha =$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo construído, temos: \_\_\_\_\_

Podemos dividir esta equação por  $a^2$ , já que  $a^2 \neq 0$ :  
\_\_\_\_\_

E substituindo  $b/a$  por sen  $\alpha$  e  $c/a$  por cos  $\alpha$  na equação acima, temos uma das mais importantes relações trigonométricas: \_\_\_\_\_

Tabuleiros de Batalha Naval, para fotocópias:



## PROPOSTA DE PROJETO INTERDISCIPLINAR: A LEI DE SNELL

### Apresentação

Para abordar a lei de Snell, seria interessante um trabalho conjunto com o professor de Física. Uma sugestão seria o professor de Física explorar os conceitos físicos, enquanto nas aulas de Matemática se faz a análise das fórmulas e se constata as possíveis variações na forma de representar.

### Sugestão

#### Projeto: a luz repleta de senos

Questão geradora:

**Quem tem o maior índice de refração: a água ou a glicerina? Por quê?**

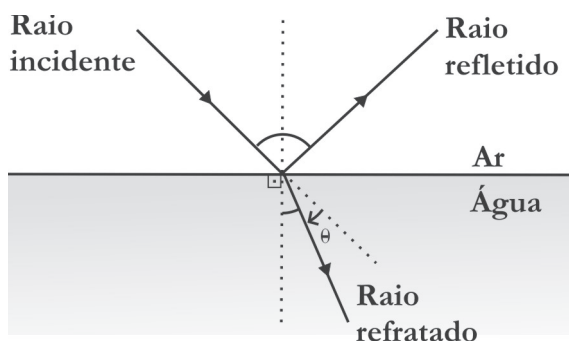
1ª Fase: Pesquisa teórica

Nesta fase o professor deverá dar tempo para embasamento teórico para os experimentos que os alunos irão realizar. Uma sugestão é o texto abaixo.

### Refração

Quando a luz, propagando-se no ar, encontra a superfície de um lago, parte dela é refletida e parte penetra na água. O feixe luminoso que se propaga na água passa a fazê-lo em uma direção diferente daquela que seguia no ar. Dizemos que a luz sofreu refração, ou seja, a luz se refrata ao passar do ar para a água.

Isso ocorre porque as velocidades de propagação da luz na água e no ar são diferentes. Na verdade, podemos caracterizar opticamente a água, o ar e os meios de propagação em geral por meio de uma grandeza denominada índice de refração do meio. Quanto maior for o valor do índice de refração, menor será a velocidade da luz no meio.

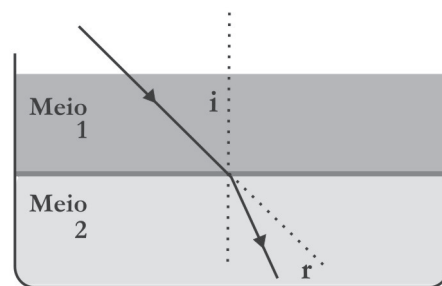


Na figura, observamos um raio de luz vindo do ar, incidindo na superfície de separação entre o ar e a água e sofrendo refração (mudança de velocidade) acompanhada de desvio em sua direção de propagação. Note que, como a velocidade da luz na água (225.000 km/s) é menor do que a velocidade da luz no ar (300.000 km/s), o ângulo  $i$ , denominado *ângulo de incidência*, é maior do que o ângulo  $r$ , chamado *ângulo de refração*. Esses ângulos são medidos em relação à reta perpendicular à superfície de separação que passa pelo ponto de incidência, denominada normal.

Muitos físicos dedicaram-se a estabelecer uma relação matemática entre os ângulos de incidência e de refração da luz. No começo do século XVII, o cientista holandês Snell descobriu o procedimento gráfico para a determinação do raio refletido quando o incidente é conhecido. A expressão matemática da lei da refração só foi enunciada em 1637, pelo matemático francês René Descartes. Por esse motivo, a lei de refração é conhecida como lei de Snell-Descartes e é expressa da seguinte forma:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \text{constante}$$

Essa constante relaciona o índice de refração do meio onde se encontra o raio incidente ( $n_1$ ) com o índice de refração do meio em que está o raio refratado ( $n_2$ ).



A lei de Snell-Descartes pode, então, ser escrita como:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1}$$

2ª Fase: Aplicando os conceitos (Esta fase do trabalho pode ser feita em duplas.)

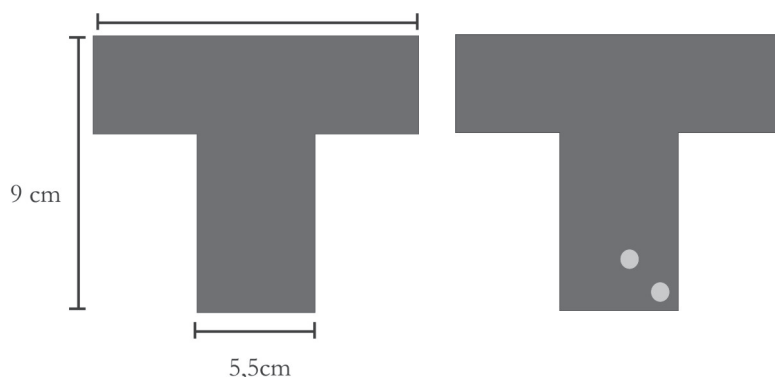
Existe uma maneira bastante simples e interessante de aplicarmos os conceitos de refração. Por meio do experimento que descreveremos, é possível calcular o índice de refração da água utilizando a lei de Snell-Descartes e as razões trigonométricas num triângulo retângulo.

Material:

- 1 copo com água
- 1 copo com glicerina
- 1 pedaço de cartolina ou papelão (15 cm X 15 cm, aproximadamente)
- 1 tesoura
- 1 transferidor
- 4 alfinetes
- tabela de senos

Procedimento:

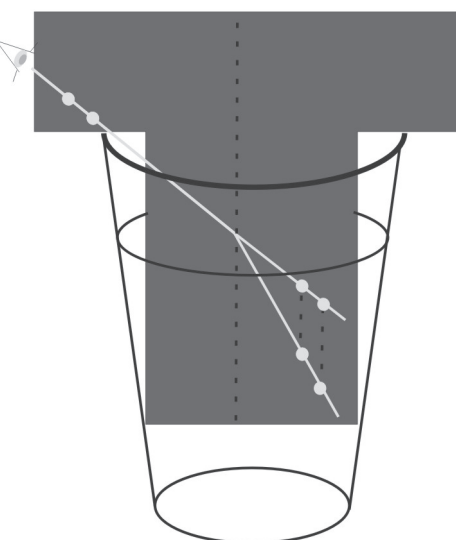
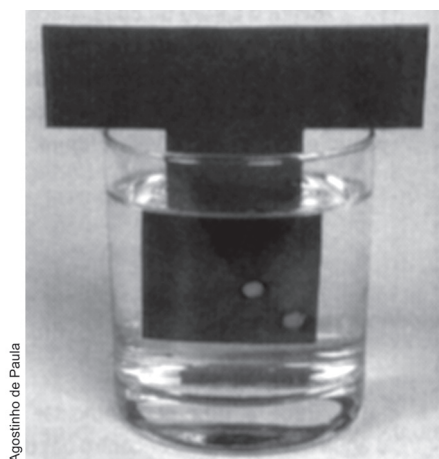
- Recorte o papelão segundo o molde abaixo, com as medidas indicadas.
- Espete dois alfinetes no cartão, conforme a figura.



- Mergulhe o cartão com dois alfinetes no copo com água. Procure deixá-lo perpendicular à superfície de separação entre a água e o ar. Você notará que a água vai deixar uma marca no papelão. Esse traço servirá como guia para que você não incline o cartão.

- Segurando o cartão firmemente, coloque seu olho na direção da reta que contém os alfinetes e espete outros dois alfinetes na parte superior do cartão, fora da água, de tal forma que estes alfinetes estejam exatamente na mesma linha reta dos alfinetes que estão na água. É importante que, ao colocar os dois últimos alfinetes, você consiga cobrir a visão dos dois alfinetes que estão na água, ou seja, que os quatro alfinetes sejam vistos perfeitamente alinhados. Na verdade, você vai enfileirar os alfinetes que estão fora da água e as imagens dos que estão dentro dela.

- Retire o cartão da água. Trace a reta referente à marca deixada pela água no cartão. Uma os pontos relativos às marcas dos alfinetes. Eles representam o caminho seguido pela luz dentro e fora da água. Veja a figura.



- Trace a reta perpendicular à marca d'água que passa pelo encontro das duas retas.

- Marque os ângulos  $i$  e  $r$ . Trace triângulos retângulos adequados para que você possa determinar os valores dos senos desses ângulos.

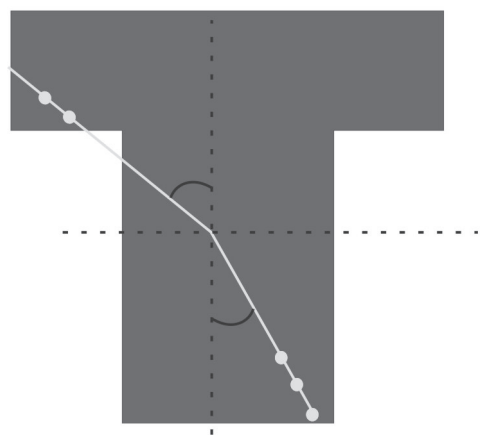
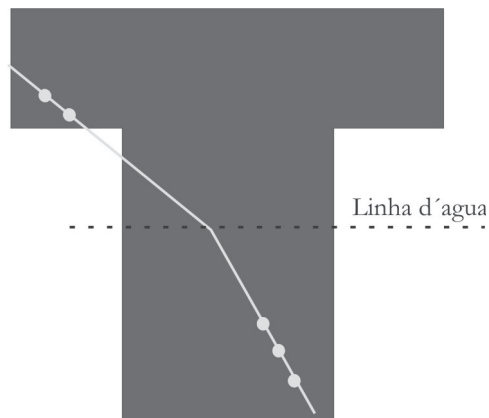
- Pela lei de Snell, determine o valor do índice de refração da água, supondo  $n_{ar} = 1$ .

- Recolha os índices encontrados pelos outros grupos de sua classe e calcule a média dos índices encontrados.

- Pesquise na Internet, em livros etc. e escreva o valor considerado padrão para o índice de refração da luz.

- Determine o erro percentual do índice encontrado por seu grupo e da média dos índices.

- Meça os ângulos  $i$  e  $r$  e use uma tabela de senos ou calculadora para calcular o índice de refração da água. Novamente, calcule o erro percentual em relação ao valor padrão.



### 3ª Fase: Repetindo para a glicerina.

Repita os procedimentos anteriores usando glicerina líquida no lugar da água.

### 4ª Fase: Respondendo à questão geradora.

Agora você está apto para responder a uma parte da questão geradora, comparando os resultados obtidos nos dois experimentos.

Para responder à questão você vai precisar pesquisar o porquê de sua resposta. Consulte novamente livros, Internet etc.

Ao final, produza cartazes que respondam à questão geradora. Eles devem ser divulgados em sua escola.

## PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: O PERFIL DO ALUNO

---

*“Tira-se a sorte com uma moeda e, a partir disso, uma ação é desfechada. O resultado, cara ou coroa, é um evento de pura indiferença. O ato de tirar a sorte com uma moeda indica completa ausência de preconceito e, com isso, torna-se um ato do mais alto nível ético. Em sua indiferença, esse ato mostra um completo descomprometimento com o mundo da significação e, assim, torna-se um ato do mais baixo nível ético. Com essa ambigüidade de níveis éticos, o ato de atirar uma moeda adquire um novo significado.”*  
(DAVIS & HERSH, 1986)

### Apresentação

O presente trabalho, assim como outros no gênero, busca ampliar o leque de opções na hora de abordarmos determinados conceitos com nossos alunos em qualquer uma das três séries do ensino médio. Sabemos que os assuntos *probabilidade* e *tratamento da informação* acabam por ficar no final do “programa” e são trabalhados de forma superficial. Para corrigir ou atenuar essa dificuldade, pretende-se aqui relacionar os conceitos a um tema do cotidiano escolar, de modo a dinamizar o aprendizado.

É fundamental, contudo, que se conheça um pouco sobre a probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizar a tomada de decisão e fazer previsões. No contexto da informação globalizada, o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas, em que tabelas e gráficos sintetizam levantamentos e índices são cotidianamente comparados e analisados para defender idéias, torna-se cada vez mais precoce. É indiscutível a relevância do ensino da Probabilidade e do Tratamento da Informação, possibilitando ao estudante desenvolver a capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões.

Tanto alunos como professores devem se preocupar com a necessidade de pensar/refletir criticamente sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos, e não apenas utilizá-los como ferramenta de forma mecânica. Com o presente trabalho, visamos auxiliar na formação de conceitos estatísticos e probabilísticos. Conseqüentemente, o trabalho lida com cidadania, pois ao cidadão não basta entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, entre outras. É preciso que ele saiba analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Considerando que *matematizar*, segundo Skovsmove (1990), é o princípio de elaborar, criticar e desenvolver métodos de compreensão, pode-se estabelecer que os conceitos de probabilidade e tratamento da informação devem ser trabalhados em sala de aula pela via da *matematização*.

Alunos e professores precisam dominar a situação de aprendizagem que valorize o ensino de uma Matemática significativa, que proporcione um espaço pedagógico que valorize o processo em vez do fato, as idéias às técnicas, que proponha uma grande diversidade de problemas envolvendo outras áreas ou mesmo áreas internas à própria Matemática.

Sugere-se que sejam criadas situações em que os alunos se defrontem com problemas variados do mundo real e, dessa forma, tenham possibilidades de escolher suas próprias estratégias para solucioná-los.

Nesse contexto, o trabalho com probabilidade e estatística pode ser de grande contribuição, tendo em vista sua natureza problematizadora, utilizando dados coletados dos próprios alunos e viabilizando o enriquecimento do processo reflexivo.

## Preparação da Atividade

Aos alunos será aplicado um questionário com o intuito de observar as seguintes variáveis, para realizar as atividades propostas:

### 1- Gênero

Fazer o levantamento de:

- O número de alunos e alunas da amostra.
- A fração que cada grupo representa em relação ao todo
- A porcentagem que cada grupo representa em relação ao todo.

### 2 - Idade, altura, peso

Para cada uma das variáveis:

- Ordenar.
- Determinar as amplitudes, média e moda da amostra.
- Verificar quantos indivíduos estão acima, abaixo e na média em cada uma das variáveis.
- Determinar os desvios das três médias.

### 3- Data do nascimento

Determinar a frequência de aniversário em cada um dos meses do ano.

### 4 - Dados de rendimento/ repetência

Número de alunos e alunas repetentes.

## Roteiro da Atividade

Este roteiro tem o intuito de orientar o professor no desenvolvimento das atividades, incluindo modelos de trabalhos aplicados em sala de aula e todos os pré-requisitos e materiais necessários.

## Conteúdo

A estatística também é usada para estimar a probabilidade de ocorrência de um evento  $A$ , principalmente quando ela não pode ser calculada teoricamente pela razão

$$P [ A ] = \frac{\# A}{\# \Omega},$$

onde  $\#A$  representa a cardinalidade do evento  $A$ , e  $\# \Omega$  a cardinalidade do espaço amostral.

## Séries para as quais o trabalho está direcionado

As atividades propostas podem ser aplicadas, em qualquer uma das três séries do ensino médio. Cabe ao professor adequá-las à realidade de sua sala de aula.

## Objetivos do trabalho

- Conhecer o perfil dos alunos do ensino médio das turmas pesquisadas.
- Coletar, analisar e interpretar criticamente os dados e representá-los graficamente.
- Determinar medidas estatísticas.
- Analisar possibilidades de ocorrência de um determinado evento.

## Conhecimentos Prévios

Alguns conceitos básicos são pré-requisitos para a aplicação das atividades. Sugerimos que, antes da atividade, sejam trabalhados: o conceito básico de probabilidade, noções de frequência absoluta e relativa, cálculo de média, moda e mediana e, por fim, representação gráfica no plano cartesiano.

## Correlação com a Reorientação Curricular

O trabalho aqui apresentado apresenta uma proposta em sintonia com o documento de Reorganização Curricular da SEE/ RJ, sugerindo que o aluno aprenda a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos e a raciocinar utilizando idéias relativas à probabilidade e à combinatória, de forma a capacitá-lo para a leitura crítica de informações veiculadas nos meios de comunicação de massa de uma forma interdisciplinar.

## Atividades a serem realizadas antes do desenvolvimento dos roteiros

Antes da aplicação das atividades, é necessário que o professor oriente a turma para a realização da coleta de dados. Uma ficha como a do modelo A abaixo (figura 1), deve ser entregue a cada aluno entrevistado. Os dados colhidos devem ser organizados numa tabela (figura 2).

**“Agradecemos a sua colaboração ao preencher esta ficha”**

Escola: \_\_\_\_\_ Turno: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_ anos

Sexo: ( ) feminino ( ) masculino      Data de nascimento: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Peso: \_\_\_\_\_ Kg                              Altura: \_\_\_\_\_ metros

Tem filhos? ( ) sim ( ) não                      Quantos? \_\_\_\_\_

Esporte Preferido: ( ) Vôlei ( ) Futebol ( ) Basquete ( ) Nenhum  
( ) Outros

Já repetiu alguma série? ( ) sim ( ) não

Média na Disciplina: \_\_\_\_\_

Figura 1 – Formulário da Pesquisa

## Descrição da Atividade e Sugestões

- Aplicação de um formulário – figura 1 – aos alunos das turmas envolvidas.
- Escolher a amostra e organizar os dados, numa tabela – figura 2. Desta forma, é possível observar as características de várias turmas do ensino médio. Esta tabela deve ser multiplicada de forma que cada grupo ou dupla de alunos tenha a sua.
- Para otimizar o tempo de aplicação das atividades, sugere-se que a turma seja dividida em dois grupos, A e B, que receberão as atividades 01 e 02, respectivamente. Estes grupos devem se organizar em grupos de 4 alunos.
- Aplicar as atividades propostas, uma ficha para um tempo de aula. Na aula seguinte à realização das atividades, cada um dos grupos deve apresentar os resultados obtidos à turma. É importante que o professor oriente uma discussão acerca de detalhes observados nos resultados obtidos, a fim de gerenciar uma análise crítica dos mesmos.
- Considerando a participação individual de cada aluno no decorrer de cada atividade e apresentação do grupo, o professor deve observar se os objetivos propostos foram integralmente ou parcialmente atingidos. Caso necessário, deve utilizar outra estratégia ao aplicar as atividades nas aulas seguintes.

Nº	Nome	Sexo	Idade	Altura (cm)	Série	Turno	Média	Nº filhos	Esporte
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

Figura 2 - Modelo de Tabela com Dados Agrupados

---

## ROTEIRO DO ALUNO

---

### Probabilidade e Estatística - Atividade 01

Para resolução da atividade proposta, utilize a tabela em anexo.

Um aluno será escolhido ao acaso. Se  $x$  é a variável aleatória que representa a idade desse aluno:

- Construa a tabela de frequência.
- Determine a função de probabilidade de  $x$ .
- Esboce o gráfico da função encontrada

### Probabilidade e Estatística - Atividade 02

Para resolução da atividade proposta, utilize a tabela em anexo.

Escolhendo um aluno ao acaso e considerando a variável aleatória  $x$ , que representa a quantidade de filhos (irmãos) desse aluno:

- Construa a tabela de frequências.
- Represente essas frequências num gráfico de.
- Determine a função de probabilidade de  $x$ .

### Probabilidade e Estatística - Atividade 03

Para resolução da atividade proposta, utilize a tabela em anexo.

- Preencha a tabela abaixo e responda:

Turno	Notas											Total
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
M												
T												
N												
Total												

a) Se escolhermos ao acaso um aluno, qual a probabilidade de que ele:

- Tenha ficado com média 5?
- Seja do turno da manhã e esteja acima da média, que é 5?
- Seja do turno da noite e sua nota tenha sido exatamente 5?

b) Qual é a média aritmética dos alunos do:

- 1º turno
- 2º turno
- 3º turno

c) Com base no item anterior, construa um gráfico de barras.

### Probabilidade e Estatística - Atividade 04

Para resolução da atividade proposta, utilize a tabela em anexo.

- Preencha a tabela abaixo e responda:

		ALTURA (cm)				
		140 - 150	150 - 160	160 - 170	170 - 180	180 - 190
ESPORTE	Basquete					
	Futebol					
	Vôlei					
	Nenhum					
	Outros					

a) Se escolhermos ao acaso um aluno, qual a probabilidade de que ele:

- Tenha mais de 170 cm de altura e não tenha escolhido esporte algum?
- Tenha menos de 160 cm de altura e tenha optado por basquete?

b) Qual a altura média dos alunos que gostam de outros esportes?

c) Construa um histograma com base na tabela preenchida.

# PROBABILIDADE, ESTATÍSTICA E TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

---

## Apresentação

Este trabalho tem por finalidade tornar o aluno capaz de usar a Matemática para compreender e interpretar situações do mundo que o rodeia. Com base em planilha eletrônica – contendo informações sobre o perfil dos alunos de 1ª e 3ª série de uma escola pesquisada – distribuída pelo professor, os alunos trabalharão os principais temas da Estatística Descritiva:

- Classificação das variáveis.
- Coleta de dados e construção de tabelas de frequência.
- Construção de gráficos para apresentação dos resultados.
- Associação de medidas de centralidade.

## Objetivos do trabalho

As atividades propostas têm por objetivo reconhecer na Estatística um instrumento que possibilita, por meio da coleta, da organização, da interpretação e da representação de dados em tabela e gráficos, a elaboração de inferências e tomadas de decisões. Portanto, conforme a série, os alunos deverão ser capazes de:

### 1ª série:

- Identificar e classificar os diversos tipos de variáveis.
- Interpretar e construir tabelas de frequência a partir dos dados brutos.
- Construir gráficos para representar e resumir um conjunto de dados.
- Realizar cálculos estatísticos com auxílio da calculadora.

### 3ª série

- Identificar e classificar os diversos tipos de variáveis.
- Interpretar e construir tabelas de frequência a partir dos dados brutos.
- Construir gráficos para representar e resumir um conjunto de dados.

- Realizar cálculos estatísticos com auxílio da calculadora.
- Determinar medidas estatísticas (média, mediana e moda).
- Compreender a necessidade de se trabalhar com dados agrupados e, nesse caso, associar a eles medidas de centralidade.
- Realizar cálculos estatísticos com auxílio da calculadora.

Resumindo, é de fundamental importância que o aluno perceba a importância da Estatística e suas contribuições às mais diversas áreas. Saiba construir, utilizar e analisar as representações gráficas variadas que podem ser associadas à distribuição de probabilidade. Compreenda que a construção de gráfico de setor dá ao aluno a oportunidade de, mais uma vez, lidar com a ideia fundamental da matemática: a de proporcionalidade. Aprenda a se comunicar através de esquemas, gráficos e diagramas para escrever de modo sucinto e claro a distribuição de dados de modo que o leitor possa ter uma visão imediata dos resultados mais gerais sem ter a necessidade de examinar os dados obtidos na pesquisa.

## Séries para as quais o trabalho está direcionado

1ª e 3ª séries do Ensino Médio

## Conteúdos matemáticos associados e ligações com o documento de reorientação curricular da SEE

1ª Série – Estatística: gráficos e tabelas de frequência

3ª Série – Estatística: medidas de centralidade.

## Conhecimentos Prévios

O aluno deverá ter familiaridade com as operações com números decimais e cálculo de porcentagens, caso não possua calculadora. Além de conhecer os conceitos básicos de Desenho Geométrico, para auxiliar na construção de gráficos.

## Recursos necessários

- Papel, lápis e caneta, régua, compasso, transferidor e calculadora.
- Software Excel, ou qualquer outro que construa planilha eletrônica.

## Atividades a serem realizadas

As atividades a serem realizadas foram divididas em duas categorias: atividades preliminares e atividades de desenvolvimento.

## **1. Atividades preliminares**

Na fase das Atividades Preliminares, cabe ao professor dividir a turma em vários grupos de 5 a 6 alunos, indicando um monitor por grupo, e organizar a coleta de dados, que devem ser então registrados em planilha eletrônica, a fim de que os alunos possam utilizá-la no passo seguinte.

Foi escolhida a amostra e elaborado o formulário “Trabalho de Estatística – Questionário sócio-econômico”, conforme anexo 1, em aulas anteriores.

A amostra escolhida foi selecionada em várias turmas de 1<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> série de uma escola estadual de ensino médio, do Rio de Janeiro, em um total de 150 indivíduos.

Dado o tamanho da amostra, foi usado o software Excel para registrar os dados em tabela: “Tabela sócio-econômica”, conforme anexo 2. Cada resposta possível corresponde a uma realização (ou “valor” assumido) da variável.

A descrição dos códigos definida para campos da tabela pode ser observada na “Descrição dos campos da tabela sócio-econômica”, conforme anexo 3.

## **2. Atividades de desenvolvimento**

### **Número de aulas previstas**

As atividades aqui propostas estão previstas para aplicação em duas aulas de 50 minutos.

### **Sugestão de organização da turma**

As atividades foram elaboradas para o trabalho em grupo, de 5 a 6 alunos, pois o debate entre os alunos é uma das principais estratégias aqui utilizadas.

### **Sugestão para aplicação e acompanhamento da atividade pelo professor**

Na fase das Atividades de Desenvolvimento, o professor deve atuar como um orientador das atividades propostas, estimulando que os alunos tirem suas próprias conclusões. Sempre que julgar necessário, deve intervir no trabalho dos grupos com sugestões, de forma a orientar os alunos na construção de suas conclusões, mas sem nunca fornecer respostas prontas. O professor deverá também trazer periodicamente as conclusões dos grupos para o debate do grupo como um todo, estimulando que a turma compare os diferentes resultados obtidos pelos grupos. De forma geral, é recomendável que o professor avalie, junto com os alunos, os resultados observados nas representações de dados e teça comentários sobre a possibilidade de construir, utilizar e analisar representações gráficas variadas que podem ser associadas à distribuição de probabilidade.

## Descrição das atividades

As atividades foram estruturadas em etapas – a primeira deve ser trabalhada na 1ª série, e na 3ª todas elas:

- primeira etapa: a proposta dessa etapa é trabalhar com variáveis qualitativas e suas representações gráficas.
- segunda etapa: o ponto central desta etapa é o estudo das variáveis quantitativas e as medidas de centralidade (média, mediana e moda).
- terceira etapa: continuar o trabalho com as variáveis quantitativas, destacando aquelas cujos valores são obtidos por mensuração (embora a análise com dados agrupados, que será desenvolvida nesta etapa, possa ocorrer com variáveis quantitativas como as da segunda etapa).

Os grupos iniciam construção de tabelas de frequência para organizar os dados para cada atividade proposta. Na realização dessa atividade os alunos deverão trabalhar com calculadoras. A tabela deve conter, para cada realização da variável:

- frequência absoluta (contagem);
- frequência relativa;
- frações na frequência relativa associando frações e percentagens.

Em seguida, munidos de régua, compasso e transferidor, trabalhar a confecção do gráfico, de acordo com a preferência do professor, informada na questão.

Dando continuidade ao estudo, nesse momento, a partir da tabela de distribuição de frequência, conceituar histograma, para os alunos da 3ª série, e solicitar a sua representação gráfica (gráfico muito parecido com a representação de barras verticais).

Além disso, calcular as medidas de centralidade (média aritmética, mediana e moda) para os valores de uma variável quantitativa e discutir em que situações o uso de uma dessas medidas é mais (ou menos) adequado. Compreender a necessidade de se trabalhar com dados agrupados em classe de valores (intervalos) e, nesse caso, associar a eles medidas de centralidade e quartis.

---

## ROTEIRO DO ALUNO - 1º SÉRIE

---

### Probabilidade, Estatística e Tratamento da Informação

#### Atividade 1

Considere o campo “*número cômodos*” da tabela, que representa o número de cômodos da casa da família:

- Identificar e classificar a variável estatística.
- Construir tabela da distribuição de frequência da variável.
- Representar frações na frequência relativa, associando frações e percentagens.
- Representar a distribuição de frequência em gráfico de linha.

#### Atividade 2

Considere o campo “*sexo*” da tabela:

- Construir tabela da distribuição de frequência da variável.
- Representar frações na frequência relativa, associando frações e percentagens.
- Representar a distribuição de frequência em gráfico de setores.

#### Atividade 3

Considere o campo “*tempo p/dia*” da tabela, que representa horas dedicadas ao estudo por dia, pelo aluno.

- Construir tabela da distribuição de frequência da variável.
- Representar frações na frequência relativa, associando frações e percentagens.
- Representar a distribuição de frequência em gráfico de barras.

#### Atividade 4

Considere os campos “*instrução pai*” e “*instrução mãe*” da tabela, que representa o nível de instrução dos pais.

- Construir tabela da distribuição de frequência da variável.
- Representar frações na frequência relativa, associando frações e percentagens.
- Representar a distribuição de frequência em gráfico de barras duplas.

---

## ROTEIRO DO ALUNO - 3º SÉRIE

---

### Probabilidade, Estatística e Tratamento da Informação

#### Atividade 1

Considere o campo “*trab*” da tabela, que informa se o aluno trabalha ou não.

- a) Construir tabela da distribuição de freqüência da variável.
- b) Representar a distribuição de freqüência em gráfico de setores.

#### Atividade 2

Considere o campo “*altura*” da tabela, que informa a altura do aluno expressa em centímetros.

- a) Construir a tabela da distribuição de freqüências absolutas, relativas, absolutas acumuladas e relativas acumuladas.
- b) Representar a distribuição das freqüências da variável através de um histograma.
- c) Construir o polígono de freqüência.
- d) Identificar a média, mediana e moda.

#### Atividade 3

Considere o campo “*renda mensal*” da tabela, que informa a faixa de renda mensal total da família do aluno, considera-se o somatório de todos os salários brutos recebidos pelos que moram em sua casa.

- a) Construir tabela da distribuição de freqüência da variável.
- b) Representar frações da freqüência relativa associando frações e percentagens.
- c) Representar a distribuição de freqüência em gráfico de barras.
- d) Representar as freqüências relativas acumuladas.
- e) Representar a distribuição da variável através de um histograma.
- f) Determinar os valores da média, da moda e dos quartis do conjunto de dados.

## **ANEXOS**

### Anexo 1

Layout do questionário:

Trabalho de Estatística – Questionário Sócio-Econômico

### Anexo 2

Tabela Sócio-Econômico

### Anexo 3

Definição dos campos da Tabela Sócio-Econômico

## Trabalho de Estatística – Questionário Sócio-econômico

Nome:

Turno:

Série:

Turma:

Sexo:

Idade:

Altura:

Peso:

Estado civil?:

Tem filhos?:

Quantos?:

Trabalha?:

Que tipo de serviço?:

Quantas horas/dia?:

Mora com seu pai?:

Pai trabalha?:

Mora com sua mãe?:

Mãe trabalha?:

Nível de instrução de seu pai:

Nível de instrução de seu mãe:

Nenhum ano de estudo .....( )

Nenhum ano de estudo .....( )

Menos que a 4ª série.....( )

Menos que a 4ª série.....( )

Ensino fundamental completo.....( )

Ensino fundamental completo.....( )

Ensino médio completo.....( )

Ensino médio completo.....( )

Superior incompleto.....( )

Superior incompleto.....( )

Superior completo.....( )

Superior completo.....( )

Renda mensal total de sua família: (Soma de todos os salários brutos morando em sua casa)

De 1 até 3 SM.....( )

De 3 até 5 SM.....( )

De 5 até 10 SM.....( )

De 10 até 20 SM.....( )

Mais de 20 SM.....( )

Somando-se o número de salas com o número de quartos da casa de sua família, o nº total é:

1 ou 2.....( )

3.....( )

4.....( )

5.....( )

mais de 5.....( )

Pretende prestar o vestibular:

Sim.....( )

Não.....( )

Pretende carreira técnica:

Sim.....( )

Não.....( )

Quantas horas por dia você se dedica ao estudo?:

Quantos livros, em média, você lê por ano?:

Pratica esporte?: Sim.....( ) Não.....( )

Qual tipo?:

Na sua casa tem computador?:

Tem acesso à internet?:

Qual seu principal meio de informação?

Jornal.....( )

Televisão.....( )

Internet.....( )

Rádio... ( )

Revistas.....( )

## Tabela Sócio-econômica

Para reprodução impressa da Tabela Sócio-Econômica, dividiu-se a tabela em três partes - Tabela Sócio- Econômica (Parte 1), Tabela Sócio-Econômica (Parte 2) e Tabela Sócio-Econômica (Parte 3).

- A Tabela Sócio-Econômica (Parte 1) contém as informações da coluna “nome” até a coluna “profissão”.
- A Tabela Sócio-Econômica (Parte 2) contém: a coluna “nome”, campo de união entre as tabelas, e as informações das colunas “tempo de trabalho por dia” até “número de comodis da residência”.
- Finalmente, a Tabela Sócio-Econômica (Parte 3) contém: a coluna “nome”, campo de união entre as tabelas, e as informações das colunas restantes (de “pretende prestar vestibular” até “principal meio de informação”).

## Tabela Sócio-Econômica (Exemplo - Parte 1)

nome	turno	série	sexo	idade	altura	peso	est. civil	filhos	trab.	profissão
Alan	1	1	1	15	165	42	0	0	0	
Alex	1	2	1	16	178	60	1	0	0	
Alexland	1	2	1	17	174	72	1	0	0	
Aline	1	3	0	22	154	57	1	0	1	atendente
Aline F	1	3	0	17	163	54	1	0	0	
Aline O	1	3	0	19	164	64	1	0	0	
Aline S	1	3	0	17	160	49	1	0	0	
Alvim	3	2	1	21	172	67	1	3	1	escritório
Ana	3	3	0	40	161	65	1	3	1	comercio
Anderson	1	1	1	15	171	72	1	0	1	office boy
Anderson R	1	3	1	20	180	75	1	0	1	atendente
Andréa	1	1	0	15	170	48	1	0	0	
Andreza	1	3	0	18	165	55	1	1	0	
Angela	3	3	0	51	160	69	2	1	1	aux. adm.
Anna	3	2	0	53	160	53	2	4	1	enfermeira
Bianca	1	2	0	17	168	48	1	0	0	
Bruna	1	2	0	19	167	50	1	0	0	
Bruna S	1	2	0	20	155	56	1	0	0	
Caio	1	1	1	17	184	90	1	0	1	escritório
Camila	1	2	0	16	157	40	1	0	0	
Carlos A	3	3	1	19	169	68	1	1	1	atendente
Carlos B	1	1	1	15	178	64	1	0	0	
Christiano	3	3	1	28	196	120	1	2	1	segurança
Claudia	3	3	0	40	163	62	1	1	0	
Cláudio	3	2	1	37	165	60	1	1	0	
Clovis	3	3	1	39	186	98	2	2	1	segurança

**Tabela Sócio-Econômica (Exemplo - Parte 2)**

nome	tempo p/dia	mora c/pai	pai trab.	mora c/mãe	mãe trab.	instrução pai	instrução mãe	renda mensal	número cômodos
Alan	0	0	0	1	0	3	5	2	3
Alex	0	1	1	1	1	2	5	3	6
Alexland	0	1	1	1	1	3	3	3	6
Aline	8	1	1	1	0	0	0	1	3
Aline F	0	1	1	1	0	1	3	1	3
Aline O	0	0	1	1	1	0	5	1	4
Aline S	0	1	1	1	0	1	1	1	3
Alvim	8	0	0	0	0	1	1	1	2
Ana	8	0	0	0	0	0	0	2	3
Anderson	4	0	1	1	1	2	2	1	3
Anderson R	8	1	1	1	1	1	3	2	4
Andréa	0	1	1	1	1	1	1	1	2
Andreza	0	0	0	0	0	1	1	2	6
Angela	8	0	0	0	0	2	2	2	5
Anna	6	0	0	0	0	0	0	1	2
Bianca	0	1	1	1	1	5	3	3	4
Bruna	0	1	1	1	0	2	2	2	3
Bruna S	0	1	1	1	0	5	5	4	5
Caio	4	0	1	1	1	4	3	1	3
Camila	0	0	0	1	1	0	2	2	3
Carlos A	8	0	1	0	0	2	1	2	2
Carlos B	0	1	1	1	0	2	2	2	3
Christiano	4	0	0	0	0	5	5	2	3
Claudia	0	0	0	0	0	0	2	1	3
Cláudio	0	0	1	0	1	0	0	1	2
Clovis	12	0	0	0	0	3	1	3	4

Tabela Sócio-Econômica (Exemplo - Parte 3)

nome	prestar vestibular	curso técnico	horas p/ estudo	quantos livros lê	pratica esporte	tipo	possui computador	acesso à internet	meios de informação
Alan	1	1	0	3	0		1	1	2
Alex	1	0	0	15	1	futebol	1	1	2
Alexland	1	1	1	1	1	futebol	1	1	2
Aline	1	0	0	1	0		0	0	4
Aline F	1	0	0	1	0		0	0	2
Aline O	1	0	2	2	0		0	0	2
Aline S	1	0	0	1	0		0	0	2
Alvim	1	1	2	0	1	futebol	0	0	2
Ana	0	1	4	3	0		1	1	2
Anderson	1	1	3	3	1	voleibol	0	1	3
Anderson R	1	0	2	4	1	futebol	0	1	2
Andréa	1	1	2	1	0		0	0	2
Andreza	0	0	3	1	1	voleibol	1	1	1
Angela	0	1	0	0	0		1	0	2
Anna	0	1	1	0	1	ginastica	0	1	2
Bianca	1	0	1	3	1	ginastica	1	1	2
Bruna	1	0	2	3	1	voleibol	1	1	2
Bruna S	1	0	2	3	1	natação	0	0	2
Caio	1	1	0	0	1	futebol	1	1	2
Camila	1	0	2	1	0		1	1	1
Carlos A	1	0	3	3	1	luta	0	1	1
Carlos B	1	1	0	0	0		1	1	3
Christiano	0	0	4	0	1	luta	0	0	2
Claudia	1	1	3	2	0		0	0	4
Cláudio	1	1	0	0	1	futebol	0	0	2
Clovis	0	0	1	0	1	ginastica	1	1	1

## Definição dos campos da Tabela Sócio-econômica

### Campo 01 – nome

Descrição: Nome do aluno

Característica: alfanumérico

### Campo 02 – turno

Descrição: Turno que o aluno frequenta.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

1 – manhã

2 – tarde

3 – noite

### Campo 03 – série

Descrição: Série que o aluno frequenta.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

1 – 1ª série

2 – 2ª série

3 – 3ª série

### Campo 04 – sexo

Descrição: Sexo do aluno.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Feminino

1 – Masculino

### Campo 05 – idade

Descrição: Idade do aluno.

Característica: numérico, 2 posições

### Campo 06 – altura

Descrição: Altura do aluno, expressa em centímetros.

Característica: numérico, 3 posições

### Campo 07 – peso

Descrição: Peso do aluno, expresso em quilograma.

Característica: numérico, 2 posições

### Campo 08 – est. civil

Descrição: Estado civil do aluno.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – não respondeu

1 – Solteiro

2 – Casado

### Campo 09 – filhos

Descrição: Quantidade de filhos do aluno.

Característica: numérico, 1 posição

### Campo 10 – trab.

Descrição: Informa se o aluno trabalha ou não.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

### Campo 11 – profissão

Descrição: Informa a profissão do aluno.

Característica: alfanumérico

### Campo 12 – tempo p/dia

Descrição: Informa quantas horas por dia o aluno trabalha.

Característica: numérico, 2 posições

### Campo 13 – mora c/pai

Descrição: Informa se o aluno mora com o pai.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

### Campo 14 – pai trab.

Descrição: Informa se o pai do aluno trabalha.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

### Campo 15 – mora c/mãe

Descrição: Informa se o aluno mora com a mãe.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

### Campo 16 – mãe trab

Descrição: Informa se a mãe do aluno trabalha.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

### Campo 17 – instrução pai

Descrição: Informa o nível de instrução do pai do aluno.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Nenhum ano de estudo

1 – Menos que a 4ª série

2 – Ensino fundamental completo

3 – Ensino médio completo

4 – Superior incompleto

5 – Superior completo

### Campo 18 – instrução mãe

Descrição: Informa o nível de instrução da mãe do aluno.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Nenhum ano de estudo

1 – Menos que a 4ª série

2 – Ensino fundamental completo

3 – Ensino médio completo

4 – Superior incompleto

5 – Superior completo

**Campo 19 – renda mensal**

Descrição: Informa a faixa de renda mensal total da família do aluno, considera-se o somatório de todos os salários brutos recebidos pelos que moram em sua casa.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

1 – de 1 até 3 SM

2 – de 3 até 5 SM

3 – de 5 até 10 SM

4 – de 10 até 20 SM

5 – mais de 20 SM

**Campo 20 – número cômodos**

Descrição: Informa o somatório do número de salas e quartos da casa em que o aluno mora com sua família.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

2 – 1 ou 2 cômodos

3 – 3 cômodos

4 – 4 cômodos

5 – 5 cômodos

6 – mais de 5 cômodos

**Campo 21 – prestar vestibular**

Descrição: Informa se o aluno pretende prestar vestibular.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

**Campo 22 – curso técnico**

Descrição: Informa se o aluno pretende cursar carreira técnica.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

**Campo 23 – horas p/estudo**

Descrição: Informa quantas horas por dia o aluno se dedica ao estudo.

Característica: numérico, 2 posições

#### Campo 24 – quantos livros lê

Descrição: Informa a quantidade, em média, de livros que o aluno lê por ano

Característica: numérico, 2 posições

#### Campo 25– pratica esporte

Descrição: Informa se o aluno pratica esporte ou não.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

#### Campo 26– tipo

Descrição: Informa qual o tipo de esporte que o aluno pratica.

Característica: alfanumérico

#### Campo 27– possui computador

Descrição: Informa se o aluno possui computador ou não, em casa.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

#### Campo 28– acesso à internet

Descrição: Informa se o aluno tem acesso à internet ou não.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

0 – Não

1 – Sim

#### Campo 29– meios de informação

Descrição: Informa qual o principal meio de informação do aluno.

Característica: numérico, discreto, 1 posição, sendo:

1 – Jornal

2 – Televisão

3 – Internet

4 – Rádio

5 – Revistas

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

### Documentos

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei no 9394/1996.

BRASIL/MEC. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Resolução CEB no 3/1998.

BRASIL/MEC Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências Naturais. Brasília: MEC/ Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

BRASIL/MEC/SEF. Parâmetros Curriculares Nacionais: Pluralidade Cultural, Orientação Sexual. Brasília:

MEC/SEF, 1997.

BRASIL/MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL/MEC. PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares

Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL/MEC/SEB. Orientações Curriculares do Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB, 2004.

SEE/RJ – Governo do Estado do Rio de Janeiro, Secretaria de Estado de Educação. Reorientação Curricular 2ª versão: livro II – Ciências da Natureza e Matemática. RJ: SEE/RJ, 2005.

## Livros e Artigos

Barbosa, J. L. M. Geometria Euclidiana Plana, SBM Caraça, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa: Sá da Costa, 1951.

Besson, J. L. A ilusão das estatísticas. São Paulo: Editora UNESP, 1995.

Carvalho, Maria Cecília Costa.. Padrões Numéricos e Seqüências, Ed. Moderna.

Cesgranrio; Ford. Pensando e Usando Matemática: Ensino Fundamental. Rio de Janeiro: Fundação Cesgranrio, Fundação Ford, 1998, v.II.

Courant, Raul R. H. O que é Matemática? Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000.

Costa, Wagner. Nosso negócio é capoeira. Revista Cespaulista, ano II, n 15. São Paulo: 1979.

D'Ambrosio, U. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

Dante, Luiz R. Matemática. São Paulo: Ática, 2005.

Guelli, Oscar - Contando a História da Matemática - Vol. 7, Editora Ática, São Paulo, 1995.

Hellmeister, Ana Catarina P; Druck, Suely. Explorando o Ensino da Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. v.II.

Freire, P. Pedagogia da Autonomia – saberes necessários à prática educativa. R.J.: Paz e Terra, 1997.

Iezzi, G.; Dolce, O.; Degenszajn, D.; Périgo, R.; Almeida, N. Matemática Ciência e Aplicações. Coleção Matemática. São Paulo: Editora Atual, 2004.

Hernandes, Fernando. Transgressão e mudança na educação: os projetos de trabalho. Artmed, 1998.

Kaleff, Ana Maria M. R., Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Série: Conversando com o Professor Sobre Geometria, v. 2 . EdUFF, 1998.

Leite Lopes, Maria Laura Mouzinho. (Coord.) Histórias para Introduzir Noções de Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ/Projeto Fundão, 2004.

Leite Lopes, Maria Laura e Nasser, Lilian (coordenadora). Geometria na Era da Imagem e do Movimento. Projeto Fundão.

Lima, Elon Lages et al. A Matemática do Ensino Médio. v.3. Rio de Janeiro: SBM, 2003. (Coleção do Professor de Matemática)

Nasser, Lilian (coordenadora). Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele.. Projeto Fundação

Nasser, Lílian; Tinoco, Lúcia. Curso Básico de Geometria, Enfoque Didático, Rio de Janeiro: UFRJ/IM. Projeto Fundação, 2004.

Pompeu Jr., Geraldo & Monteiro, Alexandre. “A matemática e os Temas Transversais”, Ed. Moderna.

Santomé, Jurjo Torres. “Globalização e Interdisciplinaridade”, Ed. Artmed.

Santos, Ângela R.; Kubrusly, Ricardo S. ; Giraldo, Victor A. ; Bianchini, Waldecir - Uma Introdução às Funções Reais – IM-UFRJ, 1998.

Tahan, Malba. A Matemática na Lenda e na História. RJ: Edições Bloch, 1974.

Terada, Routo. Criptografia e a Importância de suas Aplicações - Revista do Professor de Matemática, nº12, pp. 1-7, SBM, 1988.

Tinoco, L. A. A. Geometria Euclidiana por Meio da Resolução de Problemas, Projeto Fundação/UFRJ.

Tinoco, Lúcia. (Coord.) Construindo o Conceito de Função. 5ª edição. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ/Projeto Fundação, 2004.

Zampirolo, M.J.C. De V.; Scordamaglio, M. T.; Cândido, S. L. Matemática: Projeto Escola e Cidadania para Todos. 1ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

## **Materiais e Livros Didáticos e Paradidáticos**

Dante, Luiz Roberto. Tudo é matemática: livro do professor. São Paulo: Ática, 2002.

Diniz, Maria Ignez e Smole, Kátia Stocco, Matemática Ensino Médio, Volume 1, Editora Saraiva.

Grasseschi, Maria Cecília Castro -PROMAT/ Projeto Oficina de Matemática, FTD, São Paulo –1999

Giovanni, José Ruy e Bonjorno, José Roberto. Matemática 2. Ed. FTD, p.258, 1992.

Giovanni, José Ruy, Castrucci, Benedito e Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista da matemática: a + nova – São Paulo : FTD, 2002.

Giovanni e Castrucci, A Conquista da Matemática, 8a. série, FTD, São Paulo 1992

Guelli, Oscar. Matemática: uma aventura do pensamento, 6ª Série, São Paulo: Ática, 2002

Iezzi, G., Dolce, O. e Machado, A. Matemática e Realidade, 8a. Série .Ed. Atual – 1997

Iezzi, Gelson; Dolce, Osvaldo e Murakami, Carlos. Fundamentos da matemática elementar. v. 2 . 8ª ed. SP: Atual Editora, 1993.

Imenes & Lellis. Matemática. 6ª Série – São Paulo : Scipione, 1997.

João Bosco Pitombeira (coord), Matemática do Ensino Médio, Fundação Roberto Marinho

Jorge, Sonia Maria Gonçalves. Idéias e imagens 2, Editora Saraiva,São Paulo, 2003.

## **Revistas e Periódicos**

Caderno de Atividade - Revista Nova Escola., pág. 4 - junho/julho 2000.

Nova Escola, A revista do Professor, Ed Abril – Fundação Victor Civita.

Revista O GLOBO, 16/10/2005.

Revista do Professor de Matemática.

Revista Scientific American Brasil - Edição de Etnomatemática. São Paulo: Ediouro e Segmento Duetto editorial, 2005.

## **Sítios na Internet**

<http://www.tvcultura.com.br/>

[http://capoeira\\_regional.vila.bol.com.br/imagens/cappo42.jpg/](http://capoeira_regional.vila.bol.com.br/imagens/cappo42.jpg/)

<http://www.berimbau.com.br/>